



КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

- ✓ АТТЕСТАЦИЯ ПО ВСЕМ ТЕМАМ
- ✓ К ЕГЭ ШАГ ЗА ШАГОМ
- ✓ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ
- ✓ СООТВЕТСТВИЕ ПРОГРАММЕ

10
КЛАСС



ФГОС КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

Издание четвертое

10 класс

МОСКВА • «ВАКО» • 2017

УДК 372.83
ББК 74.266.0
К65

6+

Издание допущено к использованию в образовательном процессе на основании приказа Министерства образования и науки РФ от 09.06.2016 № 699.



Издание соответствует требованиям ФГОС на основании сертификата № RU.ИОСО.П00609 системы «Учсерт» Российской академии образования.

Рецензент — Соросовский учитель,
учитель высшей категории ГБОУ СОШ № 192 г. Москвы
М.Я. Гаишвили.

Контрольно-измерительные материалы. Алгебра и начала анализа. 10 класс / Сост. А.Н. Рурукин. — 4-е изд. — М.: ВАКО, 2017. — 112 с. — (Контрольно-измерительные материалы).

ISBN 978-5-408-03347-8

В пособии представлены контрольно-измерительные материалы (КИМы) по алгебре и началам анализа для 10 класса: тесты в формате заданий ЕГЭ, а также самостоятельные и контрольные работы по всем изучаемым темам. Ко всем заданиям приведены ответы. Предлагаемый материал позволяет проводить проверку знаний, используя различные формы контроля.

Издание ориентировано на учителей, школьников и их родителей.

УДК 372.83
ББК 74.266.0

ISBN 978-5-408-03347-8 (оф. 1)
ISBN 978-5-408-03348-5 (оф. 2)

© ООО «ВАКО», 2015
© ООО «ВАКО», 2017

От составителя

Контрольно-измерительные материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса будут полезны при работе как по УМК А.Г. Мордковича и др., так и по УМК А.Н. Колмогорова и др. (при незначительном изменении порядка следования КИМов).

Предлагаемые КИМы могут быть использованы на любом этапе обучения: при повторении и закреплении изученного, актуализации опорных знаний и др.

На выполнение тематических тестов и самостоятельных работ отводится 15–20 минут. Обобщающие тесты, итоговый тест и контрольные работы рассчитаны на 40–45 минут.

Приведенные материалы избыточны и могут быть использованы при работе как в классе, так и дома. Рекомендуем задействовать различные формы контроля знаний, так как каждая из них имеет свои преимущества и недостатки.

Преподавательская практика показывает, что предлагаемый подбор КИМов позволяет эффективно освоить материал 10 класса и подготовить учащихся к сдаче ЕГЭ по изученным темам.

Надеемся, что пособие поможет учителям при подготовке и проведении уроков, а также школьникам при изучении материала, закреплении и систематизации знаний.

Желаем успехов!

Требования к уровню подготовки учащихся

В результате изучения курса учащиеся должны овладеть следующими навыками и умениями, представляющими обязательный минимум:

1. Иметь понятие о числовых функциях и их основных свойствах, строить графики функций.
2. Знать основные тригонометрические функции произвольного аргумента, их свойства и графики.
3. Иметь представление об обратных тригонометрических функциях и использовать их при решении простейших тригонометрических уравнений.
4. Иметь представление о производной функции, ее геометрическом и физическом смысле.
5. Уметь вычислять производные элементарных функций.
6. Знать уравнение касательной к графику функции и использовать его для написания уравнений касательных.
7. Уметь применять производную к исследованию функций и построению их графиков.
8. Иметь навыки использования производной для решения прикладных задач.

Выполнение заданий и их оценивание

Тесты

В соответствии с форматом ЕГЭ задания тестов разделены на два уровня сложности (В и С). Задания уровня В (базового) предполагают краткий ответ, который является целым числом или конечной десятичной дробью. В уровне С необходимо привести обоснованное решение.

Тематический тест содержит четыре задания уровня В (каждое оценивается в 1 балл) и два задания уровня С (каждое оценивается в 2 балла). На выполнение такого теста отводится 15–20 минут. Учитывая ограниченность времени, рекомендуем следующее соответствие количества баллов и оценки:

2–3 балла — оценка «3»;

- 3—4 балла — оценка «4»;
- 5 баллов и больше — оценка «5».

Обобщающий и итоговый тесты содержат больше заданий, чем тематический. Соответственно, увеличивается время на выполнение таких тестов (40—45 минут) и необходимое количество баллов:

- 4—7 балла — оценка «3»;
- 7—9 баллов — оценка «4»;
- 9—10 баллов и больше — оценка «5».

Самостоятельные работы

Формулировка задания теста (уровень В) предполагает простой вопрос, который далеко не всегда позволяет определить степень усвоения изучаемого материала. Поэтому при контроле знаний по основным темам целесообразно некоторые тесты заменить самостоятельными работами, которые состоят из трех заданий уровня С (каждое оценивается в 2 балла). На выполнение самостоятельной работы отводится 15—20 минут.

Рекомендуемые критерии оценивания:

- 1—2 балла — оценка «3»;
- 3—4 балла — оценка «4»;
- 5 баллов и больше — оценка «5».

Контрольные работы

После изучения крупной темы (соответствующей главе учебно-методического комплекта) для проверки знаний рекомендуется использовать контрольные работы, которые содержат четыре задания уровня В и два задания уровня С. На работу отводится 40—45 минут.

Рекомендуемые критерии оценивания:

- 3 балла — оценка «3»;
- 4—5 балла — оценка «4»;
- 6 баллов и больше — оценка «5».

Тексты самостоятельных и контрольных работ позволяют более гибко по сравнению с тестами формулировать задания и форму ответов. Благодаря этому педагог объективнее сможет оценить знания учащихся, выявить недочеты при изучении материала и т. д. Поэтому рекомендуем использовать разнообразные формы аттестации учащихся.

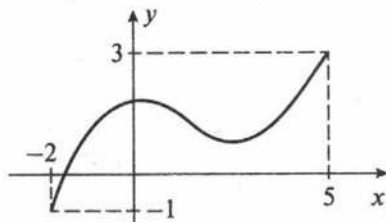
Тест 1. Функция. Область определения и область значений функции

Вариант 1

В1. Для функции $f(x) = 2\sqrt{1-x} - |x|$ найдите значение $f(-3)$.

Ответ: _____

В2. На рисунке приведен график функции $y=f(x)$. Определите длину промежутка, который является областью определения функции.



Ответ: _____

В3. Для функции $f(x) = 2 - 3x$, имеющей $D(f) = [-2; 4]$, укажите длину промежутка, который является областью значений функции.

Ответ: _____

В4. Найдите наименьшую величину, входящую в область значений функции

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 11.$$

Ответ: _____

С1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{9-x^2} - \frac{5x-2}{\sqrt{x^2+3x-4}}.$$

Ответ: _____

С2. Известно, что $f(3-x) = 2x^2 + 3x - 1$. Найдите функцию $f(x)$.

Ответ: _____

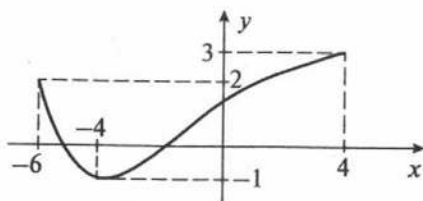
Тест 1. Функция. Область определения и область значений функции

Вариант 2

В1. Для функции $f(x) = 3\sqrt{7-x} - 2|x|$ найдите значение $f(-2)$.

Ответ: _____

В2. На рисунке приведен график функции $y = f(x)$. Определите длину промежутка, который является областью определения функции.



Ответ: _____

В3. Для функции $f(x) = 1 - 4x$, имеющей $D(f) = [-1; 3]$, укажите длину промежутка, который является областью значений функции.

Ответ: _____

В4. Найдите наибольшую величину, входящую в область значений функции

$$f(x) = -3x^2 - 6x + 7.$$

Ответ: _____

С1. Найдите область определения функции

$$f(x) = -\sqrt{4-x^2} + \frac{5-3x}{\sqrt{x^2-4x-5}}.$$

Ответ: _____

С2. Известно, что $f(2-x) = 3x^2 - x + 5$. Найдите функцию $f(x)$.

Ответ: _____

Тест 2. Основные свойства функции

Вариант 1

В1. Выберите среди предложенных функций убывающую на области определения, найдите для нее $f(-2)$ и запишите это значение в ответ.

а) $f(x) = -3x^2 + 7x - 11$;

б) $f(x) = \frac{5}{x-3}$;

в) $f(x) = 7 - 5x$.

Ответ: _____

В2. На отрезке $[3; 5]$ найдите наименьшее значение функции $f(x) = \frac{2-3x}{x-2}$.

Ответ: _____

В3. Найдите значение x , при котором на отрезке $[2; 4]$ функция $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ имеет наибольшее значение.

Ответ: _____

В4. Определите число промежутков, на которых функция $f(x) = (3x^2 + 4)(x - 1)^2(x + 2)(x - 3)(x + 5)$ принимает положительные значения.

Ответ: _____

С1. Известно, что функция $y = f(x)$ четная и $f(-3) = 2$. Найдите величину $11 - 2f(3) + 4f(-3)$.

Ответ: _____

С2. При каких значениях x функция

$$f(x) = \frac{3x - x^2 - 2}{x^3 - 5x^2 + 4x}$$

принимает отрицательные значения?

Ответ: _____

Тест 2. Основные свойства функции

Вариант 2

В1. Выберите среди предложенных функций возрастающую на области определения, найдите для нее $f(-2)$ и запишите это значение в ответ.

а) $f(x) = \frac{3}{1-x}$;

б) $f(x) = 7x - 3$;

в) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ: _____

В2. На отрезке $[-2; 1]$ найдите наибольшее значение функции $f(x) = \frac{x-3}{3x-4}$.

Ответ: _____

В3. Найдите значение x , при котором на отрезке $[1; 3]$ функция $f(x) = x^2 - 8x + 3$ имеет наименьшее значение.

Ответ: _____

В4. Определите число промежутков, на которых функция $f(x) = (2x^2 + 1)(x + 2)(x + 5)^2(3 - x)(x - 5)$ принимает отрицательные значения.

Ответ: _____

С1. Известно, что функция $y = f(x)$ нечетная и $f(-2) = 3$. Найдите величину $15 - 3f(2) + 4f(-2)$.

Ответ: _____

С2. При каких значениях x функция

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 - 5x}{x^2 - 6x + 5}$$

принимает положительные значения?

Ответ: _____

Тест 3. Графики функций

Вариант 1

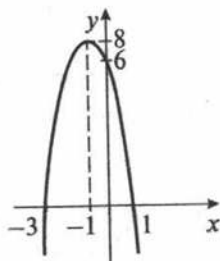
В1. График линейной функции $y = ax + b$ проходит через точки $A(-1; -5)$ и $B(2; 4)$. Найдите коэффициент a .

Ответ: _____

В2. При каком значении x пересекаются графики функций $f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}$ и $g(x) = 3x + 7$?

Ответ: _____

В3. Найдите коэффициент c по представленному на рисунке графику функции $y = ax^2 + bx + c$.



Ответ: _____

В4. График функции $f(x) = \frac{k}{x - 2}$ проходит через точку $A(4; -4)$. Найдите значение $f(-2)$.

Ответ: _____

С1. При каком значении a графики функций $f(x) = ax + 5$ и $g(x) = |x + 2| + 3|x - 1|$ имеют бесконечное множество общих точек?

Ответ: _____

С2. Задайте формулой функцию, изображенную на рисунке задачи В3 (т. е. определите коэффициенты a, b, c).

Ответ: _____

Тест 3. Графики функций

Вариант 2

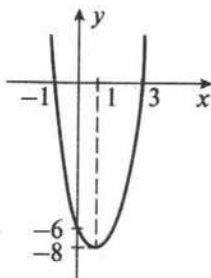
В1. График линейной функции $y = ax + b$ проходит через точки $A(-2; 1)$ и $B(1; -5)$. Найдите коэффициент a .

О т в е т: _____

В2. При каком значении x пересекаются графики функций $f(x) = \frac{36 - x^2}{x - 6}$ и $g(x) = 2x + 3$?

О т в е т: _____

В3. Найдите коэффициент c по представленному на рисунке графику функции $y = ax^2 + bx + c$.



О т в е т: _____

В4. График функции $f(x) = \frac{k}{1 - x}$ проходит через точку $A(-2; 2)$. Найдите значение $f(3)$.

О т в е т: _____

С1. При каком значении a графики функций $f(x) = ax + 7$ и $g(x) = |x + 3| + 2|x - 2|$ имеют бесконечное множество общих точек?

О т в е т: _____

С2. Задайте формулой функцию, изображенную на рисунке задачи В3 (т. е. определите коэффициенты a, b, c).

О т в е т: _____

Тест 4. Обобщение темы
«Числовые функции и их свойства»

Вариант 1

В1. Для функции $f(x) = \sqrt{3x^2 - 4x + 5} + 4x - 2$ найдите значение $f(2)$.

Ответ: _____

В2. Наибольшее значение функции $f(x)$ равно 3. Найдите наибольшее значение функции $y = 2f(x) - 1$.

Ответ: _____

В3. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 5 - 2x$, если $D(f) = (-3; 4]$.

Ответ: _____

В4. Определите число промежутков возрастания функции $f(x) = \frac{3}{x-5}$.

Ответ: _____

В5. Функция $f(x)$ убывает на промежутке $[-2; 10]$. Укажите длину промежутка убывания функции $y = f(3x) + 5$.

Ответ: _____

В6. Функция $f(x)$ нечетная, и $f(3) = -4$. Найдите значение функции $y = 2f(x) - 6$ в точке $x = -3$.

Ответ: _____

В7. Решите уравнение $f(x) = g(x)$, если $f(x) = 3x - 2$ и $g(x) = \sqrt{2x - 1}$.

Ответ: _____

В8. Сколько целых чисел входит в область определения функции $f(x) = \sqrt{3 - 2x - x^2} + \frac{2x - 3}{x + 1}$?

Ответ: _____

С1. Из функций выберите нечетную, найдите наибольший корень уравнения $f(x) = 0$ и занесите это значение в ответ.

а) $f(x) = 3x^2 + 6x$;

б) $f(x) = x^3 - 5|x|$;

в) $f(x) = x^3 - 3x|x|$.

Ответ: _____

С2. Известно, что функция $y = f(x)$ четная и $f(-4) = 3$. Найдите величину $10 - 3f(4) + 2f(-4)$.

Ответ: _____

С3. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ x^2 - 1, & \text{если } |x| > 1. \end{cases}$$

Укажите промежутки возрастания функции.

Ответ: _____

С4. При каких значениях m уравнение $|x^2 - 2x - 3| = m$ имеет четыре различных корня?

Ответ: _____

Тест 4. Обобщение темы
«Числовые функции и их свойства»

Вариант 2

В1. Для функции $f(x) = \sqrt{2x^2 + x - 5} + 2x - 3$ найдите значение $f(3)$.

Ответ: _____

В2. Наименьшее значение функции $f(x)$ равно 2. Найдите наименьшее значение функции $y = 3f(x) - 2$.

Ответ: _____

В3. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 3 + 4x$, если $D(f) = (-2; 3]$.

Ответ: _____

В4. Определите число промежутков убывания функции $f(x) = \frac{7}{3-x}$.

Ответ: _____

В5. Функция $f(x)$ возрастает на промежутке $[-4; 8]$. Укажите длину промежутка возрастания функции $y = f(4x) - 7$.

Ответ: _____

В6. Функция $f(x)$ четная, и $f(-2) = -3$. Найдите значение функции $y = 5f(x) + 8$ в точке $x = 2$.

Ответ: _____

В7. Решите уравнение $f(x) = g(x)$, если $f(x) = 2x - 1$ и $g(x) = \sqrt{4x + 1}$.

Ответ: _____

В8. Сколько целых чисел входит в область определения функции $f(x) = \sqrt{2 + x - x^2} + \frac{4 - x}{x - 1}$?

Ответ: _____

С1. Из функций выберите четную, найдите наименьший корень уравнения $f(x) = 0$ и занесите это значение в ответ.

а) $f(x) = 4x^4 - 4x^2$;

б) $f(x) = x^2 - 3x|x|$;

в) $f(x) = x^3 - 5x|x|$.

О т в е т: _____

С2. Известно, что функция $y = f(x)$ нечетная и $f(-2) = 4$. Найдите величину $8 - 3f(-2) - 2f(2)$.

О т в е т: _____

С3. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ 1 - x^2, & \text{если } |x| > 1. \end{cases}$$

Укажите промежутки возрастания функции.

О т в е т: _____

С4. При каких значениях m уравнение $|-x^2 - 2x + 8| = m$ имеет четыре различных корня?

О т в е т: _____

Тест 5. Основные тригонометрические формулы

Вариант 1

В1. Найдите значение выражения

$$3 \operatorname{tg} 45^\circ - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 60^\circ + 4 \sin 30^\circ.$$

Ответ: _____

В2. Вычислите значение выражения

$$\frac{8}{\sqrt{3}} \cos \frac{\pi}{6} - 7 \sin \pi + \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} + 2 \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите значение выражения $8\sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 x)$ при $x = \frac{\pi}{8}$.

Ответ: _____

В4. Вычислите значение выражения $13 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Ответ: _____

С1. Известно, что $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -3$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Найдите $\cos \alpha$.

Ответ: _____

С2. Найдите значение выражения $\frac{3 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + 1}{2 \cos^2 x + \sin x \cos x + 3}$,
если известно, что $\frac{3 \sin x + \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = \frac{7}{4}$.

Ответ: _____

Тест 5. Основные тригонометрические формулы

Вариант 2

В1. Найдите значение выражения

$$5 \operatorname{ctg} 45^\circ - \sqrt{3} \operatorname{tg} 60^\circ + 8 \sin 30^\circ.$$

Ответ: _____

В2. Вычислите значение выражения

$$\frac{10}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} + 8 \cos \frac{\pi}{2} + 3\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} + 5 \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите значение выражения $8\sqrt{3}(\sin^2 x - \cos^2 x)$ при $x = \frac{\pi}{12}$.

Ответ: _____

В4. Вычислите значение выражения $26 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____

С1. Известно, что $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -2$ и $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Найдите $\sin \alpha$.

Ответ: _____

С2. Найдите значение выражения $\frac{2\sin^2 x + \sin x \cos x + 3}{\cos^2 x + 2\sin x \cos x + 1}$,
если известно, что $\frac{\sin x + 2\cos x}{2\sin x + \cos x} = \frac{5}{4}$.

Ответ: _____

Тест 6. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

В1. Найдите значение выражения $4 \cos 750^\circ \operatorname{ctg} 390^\circ$.

Ответ: _____

В2. Вычислите значение выражения

$$3 \operatorname{tg} 11\pi + \sin \frac{43\pi}{4} + \cos \frac{21\pi}{4}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите значение выражения

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - 4\alpha\right) \operatorname{tg}(5\pi + 4\alpha) + 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right),$$

если $\sin \alpha = 0,2$.

Ответ: _____

В4. Известно, что $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = -0,6$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Найдите $\cos(5\pi + \alpha)$.

Ответ: _____

С1. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - 3x\right) = \frac{\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{5} - 4}$.

Ответ: _____

С2. Известно, что $\sin \alpha - \cos \alpha = a$. Найдите значение выражения $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Ответ: _____

Тест 6. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 2

В1. Найдите значение выражения $2 \sin 420^\circ \operatorname{tg} 240^\circ$.

Ответ: _____

В2. Вычислите значение выражения

$$5 \operatorname{ctg} \frac{13}{2} \pi + 2 \cos \frac{21\pi}{4} + 2 \sin \frac{41\pi}{4}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите значение выражения

$$2 \operatorname{ctg}(9\pi - 5\alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{11\pi}{2} + 5\alpha\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right),$$

если $\cos \alpha = 0,3$.

Ответ: _____

В4. Известно, что $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = 0,8$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Найдите $\sin(5\pi + \alpha)$.

Ответ: _____

С1. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + 4x\right) = \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3} - 4}$.

Ответ: _____

С2. Известно, что $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Найдите значение выражения $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$.

Ответ: _____

Тест 7. Функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Вариант 1

В1. Найдите значение функции $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 4$ при $x = \frac{4\pi}{3}$.

Ответ: _____

В2. Определите наименьшее значение функции $y = 10\cos x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{12}; \frac{4\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____

В3. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3\sin\left(4x - \frac{\pi}{15}\right) + 6.$$

Ответ: _____

В4. Определите основной период функции

$$y = 7\cos\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{6}\right) - 3.$$

Ответ: _____

С1. Графически решите уравнение

$$2\sin \pi x = |x| + |x - 2|.$$

Ответ: _____

С2. Найдите, при каких значениях параметра a уравнение $(15\sin x - a - 5)(15\sin x + 2a - 5) = 0$ имеет ровно два решения на промежутке $[0; 2\pi)$.

Ответ: _____

Тест 7. Функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Вариант 2

В1. Найдите значение функции $y = 4 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 6$ при $x = \frac{5\pi}{3}$.

Ответ: _____

В2. Определите наименьшее значение функции $y = 12 \sin x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{6}\right]$.

Ответ: _____

В3. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 5 \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - 2.$$

Ответ: _____

В4. Определите основной период функции

$$y = 7 \sin\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$$

Ответ: _____

С1. Графически решите уравнение

$$2 \cos \pi x = |x - 1| + |x - 3|.$$

Ответ: _____

С2. Найдите, при каких значениях параметра a уравнение $(15 \cos x - a + 5)(15 \cos x + 2a + 5) = 0$ имеет ровно два решения на промежутке $[0; 2\pi)$.

Ответ: _____

Тест 8. Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$

Вариант 1

В1. Найдите значение выражения

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} + \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} + 5.$$

Ответ: _____

В2. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Найдите значение выражения

$$\cos^2 \left(\frac{9}{2} \pi + \alpha \right).$$

Ответ: _____

В3. Определите наибольшее значение функции

$$y = \sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 3$$

на промежутке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$.

Ответ: _____

В4. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{3} = -\sqrt{3}$.

Ответ: _____

С1. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 5$. Найдите значение выражения $\sin \alpha \cos \alpha$.

Ответ: _____

С2. При каких значениях параметра a прямая $y = a$ не имеет ни одной общей точки с графиком функции $y = \frac{\operatorname{tg}^2 x + 7}{3 \operatorname{tg} x + 1}$?

Ответ: _____

Тест 8. Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$

Вариант 2

В1. Найдите значение выражения

$$\sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{12} + 2 \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} + 1.$$

О т в е т: _____

В2. Известно, что $\operatorname{ctg} \alpha = 3$. Найдите значение выражения

$$\sin^2 \left(\frac{7}{2} \pi - \alpha \right).$$

О т в е т: _____

В3. Определите наибольшее значение функции

$$y = \sqrt{3} \operatorname{tg} x - 2$$

на промежутке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right]$.

О т в е т: _____

В4. Найдите наименьший положительный корень урав-

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

О т в е т: _____

С1. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = -4$. Найдите значение выражения $\sin \alpha \cos \alpha$.

О т в е т: _____

С2. При каких значениях параметра a прямая $y = a$ не имеет ни одной общей точки с графиком функции $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 x + 6}{4 \operatorname{ctg} x + 2}$?

О т в е т: _____

**Тест 9. Обобщение темы
«Тригонометрические функции»**

Вариант 1

В1. Вычислите значение выражения

$$\sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{4} - 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{7} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7} + 7\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}.$$

Ответ: _____

В2. Упростите выражение

$$\sin^2 \left(\frac{5\pi}{2} + 3\alpha \right) + 3 + \sin^2 3\alpha.$$

Ответ: _____

В3. Найдите наибольшее целое значение функции

$$y = 8,3 \sin \left(7x - \frac{\pi}{6} \right) + 1,9.$$

Ответ: _____

В4. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 4 \cos \left(x + \frac{5\pi}{12} \right)$$

на отрезке $\left[\frac{5\pi}{4}; \frac{17\pi}{12} \right]$.

Ответ: _____

В5. Известно, что $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ и $\alpha \in \left(\frac{35\pi}{2}; \frac{37\pi}{2} \right)$. Найдите $16 \operatorname{tg} \alpha$.

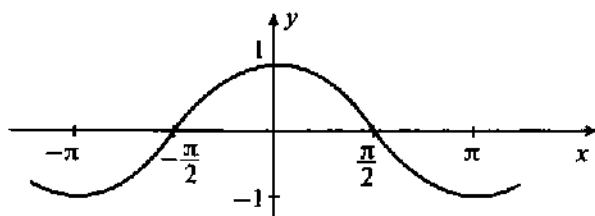
Ответ: _____

В6. Найдите наименьший положительный корень уравнения

$$2 \sin \left(\frac{\pi x}{12} - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{2}.$$

Ответ: _____

В7. Используя график функции $y = \cos x$, определите число корней уравнения $\operatorname{tg} x \cos x = \sin x + \cos 3x$ на отрезке $[0; 2\pi]$.



Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения

$$\frac{2\cos^2(\alpha - 270^\circ)}{\sin^{-2}(\alpha + 90^\circ) - 1} + \frac{2\sin^2(\alpha - 90^\circ)}{\cos^{-2}(\alpha + 270^\circ) - 1}.$$

Ответ: _____

С2. Найдите основной период функции

$$y = 7\sin\left(\frac{x}{6} - \frac{\pi}{8}\right) + \sqrt{3}\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{7}\right) - 3\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{5}\right).$$

Ответ: _____

С3. Из чисел $\sin^{20}\left(\operatorname{tg}\frac{4\pi}{15}\right) + \cos^7\left(\operatorname{tg}\frac{4\pi}{15}\right)$ и $\operatorname{tg}^5\frac{4\pi}{15}$ выберите большее.

Ответ: _____

Тест 9. Обобщение темы «Тригонометрические функции»

Вариант 2

В1. Вычислите значение выражения

$$\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{4} + 7 \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}.$$

Ответ: _____

В2. Упростите выражение

$$\cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha \right) + 8 + \cos^2 2\alpha.$$

Ответ: _____

В3. Найдите наименьшее целое значение функции

$$y = 7,2 \cos \left(5x + \frac{\pi}{3} \right) + 2,4.$$

Ответ: _____

В4. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 6 \sin \left(x + \frac{5\pi}{12} \right)$$

на отрезке $\left[\frac{5\pi}{4}; \frac{17\pi}{12} \right]$.

Ответ: _____

В5. Известно, что $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(-\frac{27\pi}{2}; -\frac{25\pi}{2} \right)$. Найдите $20 \operatorname{tg} \alpha$.

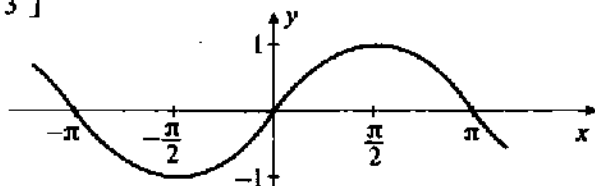
Ответ: _____

В6. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$2 \cos \left(\frac{\pi x}{12} + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}.$$

Ответ: _____

В7. Используя график функции $y = \sin x$, определите число корней уравнения $\operatorname{tg} x \cos x - \sin x = \sin 2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right]$.



Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения

$$\frac{\sin^2(\alpha + 270^\circ)}{\cos^{-2}(\alpha - 90^\circ) - 1} + \frac{\cos^2(\alpha + 90^\circ)}{\sin^{-2}(\alpha - 270^\circ) - 1}.$$

Ответ: _____

С2. Найдите основной период функции

$$y = 3\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{7}\right) - 2\cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{5}\right) + \sqrt{5}\operatorname{tg}\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{8}\right).$$

Ответ: _____

С3. Из чисел $\sin^9\left(\operatorname{tg}\frac{4\pi}{13}\right) + \cos^{12}\left(\operatorname{tg}\frac{4\pi}{13}\right)$ и $\operatorname{tg}^8\frac{4\pi}{13}$ выберите большее.

Ответ: _____

Тест 10. Арккосинус и арксинус.
Решение уравнений $\cos x = a$ и $\sin x = a$

Вариант 1

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{12}{\pi} \left(\arcsin \frac{1}{2} + \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{12} \right).$$

Ответ: _____

В2. Найдите длину области определения функции

$$y = 5 \arcsin(3 - 2x) + \cos 3x - 1.$$

Ответ: _____

В3. Определите наибольшее значение функции

$$y = \frac{3}{\pi} \arccos 4x + 2.$$

Ответ: _____

В4. Найдите число корней уравнения $\sin 2x = \frac{1}{3}$ на промежутке $\left[0; \frac{5}{4}\pi\right]$.

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения $\sin(\arccos(-0,6))$.

Ответ: _____

С2. Найдите значение выражения

$$\cos \left(\arcsin \frac{1}{5} + \arcsin \left(-\frac{1}{5} \right) \right).$$

Ответ: _____

Тест 10. Арккосинус и арксинус.
Решение уравнений $\cos x = a$ и $\sin x = a$

Вариант 2

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{6}{\pi} \left(\arccos \frac{1}{2} - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\pi}{12} \right).$$

Ответ: _____

В2. Найдите длину области определения функции

$$y = 7 \arccos(2x - 5) - \sin 4x + 1.$$

Ответ: _____

В3. Определите наибольшее значение функции

$$y = \frac{4}{\pi} \arcsin 5x + 6.$$

Ответ: _____

В4. Найдите число корней уравнения $\cos 3x = \frac{1}{4}$ на промежутке $\left[0; \frac{5}{6}\pi\right]$.

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения $\cos(\arcsin(-0,8))$.

Ответ: _____

С2. Найдите значение выражения

$$\sin \left(\arccos \frac{1}{4} + \arccos \left(-\frac{1}{4} \right) \right).$$

Ответ: _____

**Тест 11. Арктангенс и арккотангенс.
Решение уравнений $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{ctg} x = a$**

Вариант 1

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{24}{\pi} (\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arccotg} 1).$$

Ответ: _____

В2. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(x^2 + 1) + 3.$$

Ответ: _____

В3. Определите число корней уравнения $\operatorname{tg} 4x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[0; \pi]$.

Ответ: _____

В4. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{8} = -1$.

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения

$$\operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{23\pi}{8} \right) + \operatorname{arcsin} \left(\sin \frac{37\pi}{8} \right).$$

Ответ: _____

С2. Упростите выражение $\operatorname{tg} (\arccos a)$.

Ответ: _____

**Тест 11. Арктангенс и арккотангенс.
Решение уравнений $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{ctg} x = a$**

Вариант 2

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{24}{\pi} (\operatorname{arccotg} \sqrt{3} + \operatorname{arctg} 1).$$

Ответ: _____

В2. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 5 - \frac{12}{\pi} \operatorname{arctg}(x^4 + 1).$$

Ответ: _____

В3. Определите число корней уравнения $\operatorname{ctg} 3x = \frac{1}{4}$ на промежутке $[0; \pi]$.

Ответ: _____

В4. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$.

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения

$$\operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{21\pi}{8} \right) + \arccos \left(\cos \frac{29\pi}{8} \right).$$

Ответ: _____

С2. Упростите выражение $\operatorname{tg} (\arcsin a)$.

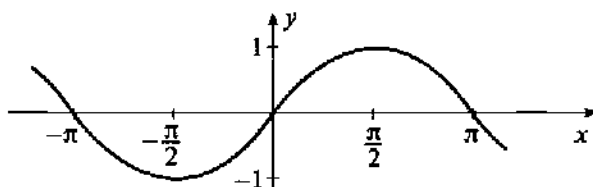
Ответ: _____

Тест 12. Простейшие уравнения и неравенства

Вариант 1

В1. Определите число корней уравнения, принадлежащих отрезку $[0; 2\pi]$, используя график функции $y = \sin x$.

$$\left(\sin x - \frac{1}{3}\right)(\sin x + 1) = 0.$$



Ответ: _____

В2. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 2\cos 4x + \sqrt{\cos^2 4x - 1}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите сумму корней уравнения $\operatorname{tg} \pi x = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{6} \right)$,

расположенных на отрезке $[0; 5]$.

Ответ: _____

В4. Найдите наименьшее положительное решение нера-

венства $\sin \frac{\pi x}{24} \geq \frac{1}{2}$.

Ответ: _____

С1. Решите уравнение $\cos^2 x - \frac{8 - \sqrt{3}}{2} \cos x - 2\sqrt{3} = 0$.

Ответ: _____

С2. Решите неравенство $2(\arcsin x)^2 + \pi^2 \leq 3\pi \arcsin x$.

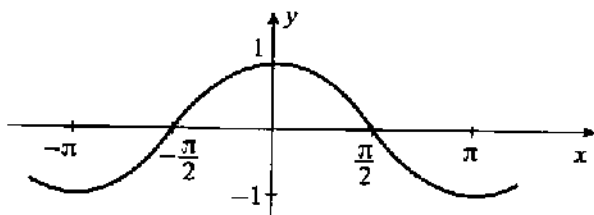
Ответ: _____

Тест 12. Простейшие уравнения и неравенства

Вариант 2

В1. Определите число корней уравнения, принадлежащих отрезку $[0; 3\pi]$, используя график функции $y = \cos x$.

$$\left(\cos x + \frac{1}{2}\right)(\cos x - 1) = 0.$$



Ответ: _____

В2. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3 \sin 5x - \sqrt{\sin^2 5x - 1}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите сумму корней уравнения $\operatorname{tg} \pi x = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{3} - \frac{\pi}{6} \right)$, расположенных на отрезке $[0; 7]$.

Ответ: _____

В4. Найдите наибольшее отрицательное решение неравенства $\cos \frac{\pi x}{6} \leq \frac{1}{2}$.

Ответ: _____

С1. Решите уравнение $\sin^2 x - \frac{12 - \sqrt{2}}{2} \sin x - 3\sqrt{2} = 0$.

Ответ: _____

С2. Решите неравенство $3(\arccos x)^2 + 4\pi^2 \leq \pi \arccos x$.

Ответ: _____

**Тест 13. Обобщение темы
«Тригонометрические уравнения»**

Вариант 1

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{6}{\pi} \left(\operatorname{arctg} 1 + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

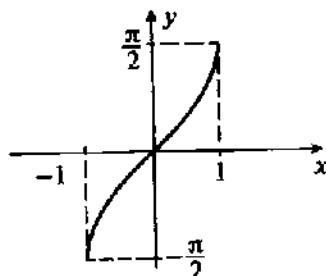
Ответ: _____

В2. Найдите значение выражения

$$4 \sin \left(\arcsin \frac{1}{3} + \arccos \frac{1}{3} \right).$$

Ответ: _____

В3. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{5}{\pi} \arcsin(x+2) - 3$, используя график функции $y = \arcsin x$.



Ответ: _____

В4. Вычислите значение выражения

$$\frac{12}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{13\pi}{12} \right).$$

Ответ: _____

В5. Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} \left(\arcsin \frac{x}{4} \right) = \sqrt{3}.$$

Ответ: _____

В6. Определите число корней уравнения.

$$\sqrt{4-x^2} \sin 2x = 0.$$

Ответ: _____

В7. Найдите наименьший положительный корень уравнения

$$\sin \frac{\pi x}{16} = \cos \frac{\pi x}{16}.$$

Ответ: _____

В8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \cos \frac{\pi x}{8} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 17 \leq 2x - 3 \leq 25. \end{cases}$$

Ответ: _____

С1. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \sin x \right) = 1.$$

Ответ: _____

С2. Найдите решения уравнения $\frac{|\sin x|}{\sin x} = 1 - 2\cos 3x$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$.

Ответ: _____

С3. Решите уравнение для $x \in [0; \pi]$:

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = -\sqrt{1 + 2\cos^2 x} + 2\sqrt{3} \sin x \cos x.$$

Ответ: _____

С4. Найдите решения уравнения

$$\arcsin x + 3\arccos x = \frac{7}{6}\pi.$$

Ответ: _____

Тест 13. Обобщение темы «Тригонометрические уравнения»

Вариант 2

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{10}{\pi} \left(\operatorname{arctg} 1 + \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

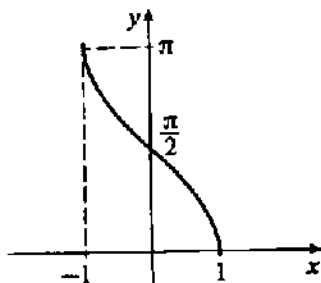
Ответ: _____

В2. Найдите значение выражения

$$3 \sin \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \operatorname{arccotg} \frac{1}{4} \right).$$

Ответ: _____

В3. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{2}{\pi} \arccos(x - 3) + 5$, используя график функции $y = \arccos x$.



Ответ: _____

В4. Вычислите значение выражения

$$\frac{13}{\pi} \operatorname{arccotg} \left(\operatorname{ctg} \frac{14\pi}{13} \right).$$

Ответ: _____

В5. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{x}{8} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ответ: _____

В6. Определите число корней уравнения

$$\sqrt{4-x^2} \cos 3x = 0.$$

Ответ: _____

В7. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\sin \frac{\pi x}{12} = \cos \frac{\pi x}{12}.$$

Ответ: _____

В8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \sin \frac{\pi x}{4} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 31 \leq 2x + 1 \leq 35. \end{cases}$$

Ответ: _____

С1. Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} \left(-\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{3}}{9} \cos x \right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ответ: _____

С2. Найдите решения уравнения $\frac{|\cos x|}{\cos x} = 1 + 2 \sin 3x$, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{3\pi}{2} \right]$.

Ответ: _____

С3. Решите уравнение для $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$:

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = -\sqrt{1 + 2 \sin^2 x} - 2\sqrt{3} \sin x \cos x.$$

Ответ: _____

С4. Найдите решения уравнения

$$4 \arcsin x + \arccos x = \frac{3}{2} \pi.$$

Ответ: _____

Тест 14. Функции суммы и разности аргументов

Вариант 1

В1. Найдите значение выражения

$$12\sqrt{2}\left(\sin 73^\circ \cos 28^\circ - \cos 73^\circ \sin 28^\circ - \frac{\sqrt{2}}{3}\right).$$

Ответ: _____

В2. Упростите выражение $\cos 5\alpha \cos 2\alpha + \sin 5\alpha \sin 2\alpha$ и найдите его значение, если $\sin 3\alpha = 0,6$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Ответ: _____

В3. Вычислите значение выражения

$$\frac{7 \operatorname{tg} 21^\circ + 7 \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 21^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}.$$

Ответ: _____

В4. Найдите наименьший положительный корень уравнения

$$\sqrt{3} \sin \frac{\pi x}{6} + \cos \frac{\pi x}{6} = 2.$$

Ответ: _____

С1. Известно, что величины $\operatorname{tg} \alpha = 2$ и $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = 5$. Найдите значение $\operatorname{tg} \beta$.

Ответ: _____

С2. Вычислите значение выражения

$$\cos\left(\arcsin \frac{12}{13} + \arccos \frac{5}{13}\right).$$

Ответ: _____

Тест 14. Функции суммы и разности аргументов

Вариант 2

В1. Найдите значение выражения

$$3\sqrt{2} \left(\sin 19^\circ \cos 26^\circ + \cos 19^\circ \sin 26^\circ + \frac{\sqrt{2}}{3} \right).$$

Ответ: _____

В2. Упростите выражение $\cos \alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \sin 2\alpha$ и найдите его значение, если $\sin 3\alpha = 0,8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Ответ: _____

В3. Вычислите значение выражения

$$\frac{3\operatorname{tg} 63^\circ - 3\operatorname{tg} 18^\circ}{1 + \operatorname{tg} 63^\circ \operatorname{tg} 18^\circ}.$$

Ответ: _____

В4. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\sin \frac{\pi x}{6} - \sqrt{3} \cos \frac{\pi x}{6} = 2.$$

Ответ: _____

С1. Известно, что величины $\operatorname{tg} \alpha = 3$ и $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 2$. Найдите значение $\operatorname{tg} \beta$.

Ответ: _____

С2. Вычислите значение выражения

$$\sin \left(\arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{5}{13} \right).$$

Ответ: _____

Тест 15. Формулы двойного аргумента

Вариант 1

B1. Упростите выражение

$$\frac{1 + \cos 4\alpha}{1 - \cos 4\alpha} - \operatorname{ctg}^2 2\alpha + 3.$$

Ответ: _____

B2. Вычислите значение выражения

$$8\sin 7^\circ 30' (\cos^2 7^\circ 30' - \sin^2 7^\circ 30') \cos 7^\circ 30'.$$

Ответ: _____

B3. Найдите величину $\sin 6\alpha$, если $\cos 3\alpha = -0,8$ и

$$\alpha \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right).$$

Ответ: _____

B4. Определите число корней уравнения $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{5}$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$, используя график функции $y = \cos x$.

Ответ: _____

C1. Вычислите значение выражения

$$\frac{1 + \cos 40^\circ + \cos 80^\circ}{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ} \cdot 3 \operatorname{ctg} 50^\circ + 2.$$

Ответ: _____

C2. Найдите область значений функции

$$y = 2\sin^2 x + 4\sin x + \cos^2 x - \cos 2x + 5.$$

Ответ: _____

Тест 15. Формулы двойного аргумента

Вариант 2

B1. Упростите выражение

$$\frac{1 - \cos 8\alpha}{1 + \cos 8\alpha} - \operatorname{tg}^2 4\alpha + 2.$$

Ответ: _____

B2. Вычислите значение выражения

$$24 \cos 37^\circ 30' (\sin^2 37^\circ 30' - \cos^2 37^\circ 30') \sin 37^\circ 30'.$$

Ответ: _____

B3. Найдите величину $\cos 4\alpha$, если $\sin 2\alpha = -0,6$ и

$$\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4} \right).$$

Ответ: _____

B4. Определите число корней уравнения $\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{3}$,

принадлежащих промежутку $\left[0; \frac{9\pi}{4} \right]$, используя график функции $y = \sin x$.

Ответ: _____

C1. Вычислите значение выражения

$$\frac{1 - \cos 25^\circ + \cos 50^\circ}{\sin 50^\circ - \sin 25^\circ} \cdot 4 \operatorname{ctg} 65^\circ + 3.$$

Ответ: _____

C2. Найдите область значений функции

$$y = \cos^2 x - 2 \cos x + 2 \sin^2 x - \cos 2x + 1.$$

Ответ: _____

**Тест 16. Преобразование
сумм тригонометрических функций
в произведения**

Вариант 1

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{3 \cos 5^\circ}{\sin 35^\circ + \cos 65^\circ}.$$

Ответ: _____

В2. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \cos\left(\frac{\pi}{5} - 2x\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{15} + 2x\right) + 3.$$

Ответ: _____

В3. Определите число корней уравнения

$$\sin 6x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

на промежутке $[0; \pi]$.

Ответ: _____

В4. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\sin^2 \pi x = \cos^2 5\pi x$.

Ответ: _____

С1. Решите уравнение

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x.$$

Ответ: _____

С2. Найдите $\operatorname{tg} \frac{x-y}{2}$, если $\cos(2x+y) + \cos(x+2y) = \frac{1}{2}$

и $\sin(2x+y) - \sin(x+2y) = 1$.

Ответ: _____

**Тест 16. Преобразование
сумм тригонометрических функций
в произведения**

Вариант 2

В1. Вычислите значение выражения

$$\frac{2(\sin 40^\circ + \cos 70^\circ)}{\cos 10^\circ}.$$

О т в е т: _____

В2. Найдите наибольшее значение функции

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{12} + 3x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + 7.$$

О т в е т: _____

В3. Определите число корней уравнения

$$\sin 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

на промежутке $[0; \pi]$.

О т в е т: _____

В4. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin^2 \pi x = \cos^2 3\pi x$.

О т в е т: _____

С1. Решите уравнение

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos 7x.$$

О т в е т: _____

С2. Найдите $\operatorname{ctg}(x - y)$, если $\cos(x + 3y) + \cos(3x + y) = 1$
и $\sin(x + 3y) - \sin(3x + y) = \frac{1}{3}$.

О т в е т: _____

Тест 17. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

В1. Вычислите значение выражения

$$2\sqrt{2}\left(\sin 83^\circ \sin 38^\circ - \frac{1}{2}\sin 31^\circ\right).$$

Ответ: _____

В2. Найдите наименьший (в градусах) положительный корень уравнения $\cos 5x \operatorname{ctg} 3x = \sin x$.

Ответ: _____

В3. Известно, что значение выражения $\sin \alpha - \cos \alpha$ равно $\frac{1}{2}$. Найдите величину $\sin 2\alpha$.

Ответ: _____

В4. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 12 \sin 4x + 5 \cos 4x + 3.$$

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения $3(1 + \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \beta)$, если известно, что $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$.

Ответ: _____

С2. Найдите наименьшее целое значение функции

$$y = \frac{7}{3}\sqrt{5\cos^2 x + 4\cos x + \sin^2 x + 7}.$$

Ответ: _____

Тест 17. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 2

В1. Вычислите значение выражения

$$6\sqrt{2}\left(\sin 28^\circ \sin 17^\circ - \frac{1}{2}\sin 79^\circ\right).$$

Ответ: _____

В2. Найдите наибольший (в градусах) отрицательный корень уравнения $\cos 5x \operatorname{tg} x = \sin 7x$.

Ответ: _____

В3. Известно, что значение выражения $\sin \alpha + \cos \alpha$ равно $\frac{1}{2}$. Найдите величину $\sin 2\alpha$.

Ответ: _____

В4. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 5 \sin 3x - 12 \cos 3x - 2.$$

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения $2(1 + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \operatorname{ctg} \beta)$, если известно, что $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$.

Ответ: _____

С2. Найдите наибольшее целое значение функции

$$y = \frac{8}{3}\sqrt{5\sin^2 x - 4\sin x + \cos^2 x} + 4.$$

Ответ: _____

Тест 18. Тригонометрические уравнения, системы уравнений, неравенства

Вариант 1

В1. Сколько корней имеет уравнение

$$\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)\sqrt{25 - x^2} = 0?$$

Ответ: _____

В2. Найдите $\sin(x+y)$, если x и y – решения системы уравнений
$$\begin{cases} \sin x \cos y = 0,5, \\ \cos x \sin y = 0,3. \end{cases}$$

Ответ: _____

В3. Решите уравнение $\operatorname{ctg}(\arccos x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$, используя график функции $y = \arccos x$.

Ответ: _____

В4. Найдите наименьшее натуральное значение x , удовлетворяющее неравенству $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: _____

С1. Решите уравнение $\sin 5x - \sin 3x = 2$.

Ответ: _____

С2. Найдите $\cos 3(x+y)$, если x и y – решения системы

уравнений
$$\begin{cases} \cos(2x+y) - \cos(x+2y) = \frac{1}{2}, \\ \sin(2x+y) - \sin(x+2y) = 1. \end{cases}$$

Ответ: _____

**Тест 18. Тригонометрические
уравнения, системы уравнений,
неравенства**

Вариант 2

В1. Сколько корней имеет уравнение

$$\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)\sqrt{4 - x^2} = 0?$$

Ответ: _____

В2. Найдите $\cos(x + y)$, если x и y — решения системы уравнений
$$\begin{cases} \cos x \cos y = 0,8, \\ \sin x \sin y = 0,2. \end{cases}$$

Ответ: _____

В3. Решите уравнение $\operatorname{tg}(\arcsin x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, используя график функции $y = \arcsin x$.

Ответ: _____

В4. Найдите наименьшее натуральное значение x , удовлетворяющее неравенству $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: _____

С1. Решите уравнение $\cos 10x + \cos 8x = 2$.

Ответ: _____

С2. Найдите $\cos 4(x + y)$, если x и y — решения системы уравнений
$$\begin{cases} \cos(x + 3y) + \cos(3x + y) = 1, \\ \sin(x + 3y) + \sin(3x + y) = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Ответ: _____

**Тест 19. Обобщение темы
«Преобразование
тригонометрических выражений»**

Вариант 1

В1. Найдите значение выражения

$$8 \cos 15^\circ (\sin 23^\circ \cos 8^\circ - \cos 23^\circ \sin 8^\circ).$$

Ответ: _____

В2. Упростите выражение

$$\frac{3 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{12} - 2\alpha\right) + 3 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2\alpha\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{12} - 2\alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2\alpha\right)}.$$

Ответ: _____

В3. Вычислите значение выражения

$$7\sqrt{3} \frac{\sin 20^\circ - \sin 30^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ - \cos 30^\circ + \cos 40^\circ}.$$

Ответ: _____

В4. Найдите наименьшее значение функции

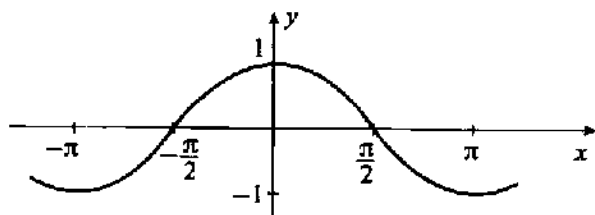
$$y = \sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x + 8.$$

Ответ: _____

В5. Определите число корней уравнения

$$2 \cos 5x \cos 3x = 1 + \cos 8x$$

на промежутке $[0; 3\pi]$, используя график функции $y = \cos x$.



Ответ: _____

**Тест 19. Обобщение темы
«Преобразование
тригонометрических выражений»**

Вариант 2

В1. Найдите значение выражения

$$4 \cos 15^\circ (\sin 9^\circ \cos 6^\circ + \cos 9^\circ \sin 6^\circ).$$

Ответ: _____

В2. Упростите выражение

$$\frac{5 \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{12} + 3\alpha\right) - 5 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + 3\alpha\right)}{1 + \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{12} + 3\alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + 3\alpha\right)}.$$

Ответ: _____

В3. Вычислите значение выражения

$$4\sqrt{3} \frac{\sin 10^\circ + \sin 30^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 30^\circ + \cos 50^\circ}.$$

Ответ: _____

В4. Найдите наибольшее значение функции

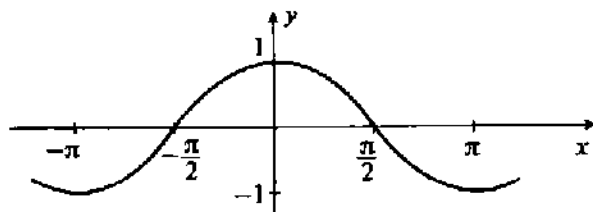
$$y = \sqrt{3} \sin 5x - \cos 5x + 8.$$

Ответ: _____

В5. Определите число корней уравнения

$$2 \cos 7x \cos 4x = 1 + \cos 11x$$

на промежутке $[0; 3\pi]$, используя график функции $y = \cos x$.



Ответ: _____

В6. Найдите наибольший отрицательный (в градусах) корень уравнения $\cos 2x = 2 \sin^2 x$, используя график функции $y = \cos x$ (приведен в задании В5).

Ответ: _____

В7. Вычислите значение выражения $\sin(2 \operatorname{arctg} 2)$.

Ответ: _____

В8. Решите уравнение

$$\arccos(2x^2) - \arccos(5x - 2) = 0.$$

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения

$$8 \cos \frac{\pi}{33} \cos \frac{2\pi}{33} \cos \frac{4\pi}{33} \cos \frac{8\pi}{33} \cos \frac{16\pi}{33}.$$

Ответ: _____

С2. Упростите выражение

$$\cos^2 \varphi + \cos^2(\alpha - \varphi) - 2 \cos \alpha \cos \varphi \cos(\alpha - \varphi).$$

Ответ: _____

С3. Найдите значение выражения

$$\cos \left(\arcsin \frac{3}{5} + \arcsin \frac{12}{13} \right).$$

Ответ: _____

С4. Решите уравнение

$$2 \sin 2x + \sqrt{2} - 1 = (\sqrt{2} - 1)(\sin x - \cos x).$$

Ответ: _____

В6. Найдите наименьший положительный (в градусах) корень уравнения $3 \cos 4x = 2 \cos^2 2x$, используя график функции $y = \cos x$ (приведен в задании В5).

Ответ: _____

В7. Вычислите значение выражения $\cos(2 \arctg 2)$.

Ответ: _____

В8. Решите уравнение

$$\arcsin(2x^2) - \arcsin(7x + 4) = 0.$$

Ответ: _____

С1. Вычислите значение выражения

$$16 \cos \frac{2\pi}{31} \cos \frac{4\pi}{31} \cos \frac{8\pi}{31} \cos \frac{16\pi}{31} \cos \frac{32\pi}{31}.$$

Ответ: _____

С2. Упростите выражение

$$\sin^2 \varphi - \cos^2(\alpha - \varphi) + 2 \cos \alpha \cos \varphi \cos(\alpha - \varphi).$$

Ответ: _____

С3. Найдите значение выражения

$$\cos\left(\arccos \frac{7}{25} + \arccos \frac{3}{5}\right).$$

Ответ: _____

С4. Решите уравнение

$$2 \sin 2x + \sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)(\sin x + \cos x).$$

Ответ: _____

**Тест 20. Предел последовательности.
Сумма бесконечной
геометрической прогрессии**

Вариант 1

В1. Укажите номер члена последовательности $y_n = \frac{3 - 2n}{4n + 1}$,
равного $-\frac{15}{37}$.

Ответ: _____

В2. Найдите предел последовательности

$$x_n = \frac{7n^2 - 2n + \sqrt{n}}{n^2 + 3n + 1}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите сумму геометрической прогрессии

32; 24; 18; ...

Ответ: _____

В4. В бесконечной геометрической прогрессии знаменатель равен $\frac{1}{3}$, а ее сумма равна 27. Найдите первый член прогрессии.

Ответ: _____

С1. Найдите предел последовательности

$$x_n = \sqrt{n^2 + 3n} - \sqrt{n^2 - 3n}.$$

Ответ: _____

С2. В геометрической прогрессии сумма первого и третьего членов равна 10, а сумма второго и четвертого членов равна -5. Найдите сумму геометрической прогрессии.

Ответ: _____

**Тест 20. Предел последовательности.
Сумма бесконечной
геометрической прогрессии**

Вариант 2

В1. Укажите номер члена последовательности $y_n = \frac{2-3n}{n+4}$,
равного $-\frac{11}{6}$.

Ответ: _____

В2. Найдите предел последовательности

$$x_n = \frac{5n^2 + 4n}{n^2 + n - \sqrt{n}}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите сумму геометрической прогрессии
27; 9; 3; ...

Ответ: _____

В4. В бесконечной геометрической прогрессии знаменатель равен $\frac{1}{4}$, а ее сумма равна 72. Найдите первый член прогрессии.

Ответ: _____

С1. Найдите предел последовательности

$$x_n = \sqrt{n^2 + 9n} - \sqrt{n^2 - n}.$$

Ответ: _____

С2. В геометрической прогрессии сумма первого и третьего членов равна 90, а сумма второго и четвертого членов равна -30. Найдите сумму геометрической прогрессии.

Ответ: _____

**Тест 21. Предел функции.
Определение производной**

Вариант 1

В1. Найдите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 3x - 4}.$$

Ответ: _____

В2. Найдите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 3x - 4}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите приращение функции $y = x^2 + x$ при переходе от точки $x_0 = 1$ к точке $x_1 = 1,2$.

Ответ: _____

В4. К графику функции $f(x)$ в точке $A(3; 7)$ проведена касательная, уравнение которой $y = -2x + 13$. Найдите производную $f'(3)$.

Ответ: _____

С1. Для функции $f(x) = 2x^2 - \frac{3}{x}$ найдите значение производной $f'(1)$.

Ответ: _____

С2. Под каким острым углом (в градусах) парабола $y = 3x^2 + \sqrt{3}x$ пересекает ось абсцисс?

Ответ: _____

Тест 21. Предел функции. Определение производной

Вариант 2

В1. Найдите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 + 4x + 3}.$$

Ответ: _____

В2. Найдите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 + 4x + 3}.$$

Ответ: _____

В3. Найдите приращение функции $y = x^2 + 2x$ при переходе от точки $x_0 = 1$ к точке $x_1 = 1,1$.

Ответ: _____

В4. К графику функции $f(x)$ в точке $A(2; 3)$ проведена касательная, уравнение которой $y = -4x + 11$. Найдите производную $f'(2)$.

Ответ: _____

С1. Для функции $f(x) = 3x^2 + \frac{2}{x}$ найдите значение производной $f'(1)$.

Ответ: _____

С2. Под каким тупым углом (в градусах) парабола $y = 5x^2 - \sqrt{3}x$ пересекает ось абсцисс?

Ответ: _____

Тест 22. Вычисление производных

Вариант 1

В1. Найдите значение производной функции

$$y = 7x^3 + 4x^2 - 5 \cos \pi x + 8$$

в точке $x_0 = 1$.

О т в е т: _____

В2. Вычислите значение производной функции

$$y = \frac{(x-1)^3}{x^2+1}$$

в точке $x_0 = -1$.

О т в е т: _____

В3. Под каким углом (в градусах) график функции

$$y = \frac{1}{3} \sin 3x$$
 проходит через начало координат?

О т в е т: _____

В4. Решите уравнение $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = \frac{x^3}{3} + 5$

$$\text{и } g(x) = x^2 - x + 1.$$

О т в е т: _____

С1. Найдите производную функции $y = \sin^3(2x - 7)$ в точке $x_0 = 3$.

О т в е т: _____

С2. В каких точках x надо провести касательные к графику функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2$ так, чтобы эти касательные были параллельны прямой $y = 12x - 5$?

О т в е т: _____

Тест 22. Вычисление производных

Вариант 2

В1. Найдите значение производной функции

$$y = 5x^3 - 2x^2 + 3 \cos \pi x + 2$$

в точке $x_0 = 1$:

Ответ: _____

В2. Вычислите значение производной функции

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$$

в точке $x_0 = -1$.

Ответ: _____

В3. Под каким углом (в градусах) график функции

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x \text{ проходит через начало координат?}$$

Ответ: _____

В4. Решите уравнение $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2$

$$\text{и } g(x) = 3x^2 - 9x + 7.$$

Ответ: _____

С1. Найдите производную функции $y = \sin^3(4x + 5)$ в точке $x_0 = -1$.

Ответ: _____

С2. В каких точках x надо провести касательные к графику функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2$ так, чтобы эти касательные были параллельны прямой $y = 36x + 7$?

Ответ: _____

Тест 23. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 1

В1. При каком значении a парабола $y = 4x^2 - 12x + a$ касается оси абсцисс?

Ответ: _____

В2. К параболе $y = x^2$ в точке $A(2; 4)$ проведена касательная. Укажите ординату точки пересечения этой касательной с осью ординат.

Ответ: _____

В3. Касательная к графику функции

$$f(x) = 3x^3 + 18x^2 + 37x + 25$$

образует с положительным направлением оси абсцисс угол 45° . Найдите сумму координат точки касания.

Ответ: _____

В4. К графику функции $y = -\frac{1}{2}x^2$ в точках $A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$

и $B\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ проведены касательные. Найдите угол (в градусах) между этими касательными.

Ответ: _____

С1. К параболе $y = 4x^2 - x$ в точках ее пересечения с осью абсцисс проведены касательные. Найдите угол (в градусах) между этими касательными.

Ответ: _____

С2. К графику функции $y = x^2 - 4x$ из точки $A(3; -19)$ проведены касательные. Напишите уравнения этих касательных.

Ответ: _____

Тест 23. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 2

В1. При каком значении a парабола $y = 9x^2 + 12x + a$ касается оси абсцисс?

О т в е т: _____

В2. К параболе $y = -x^2$ в точке $A(3; -9)$ проведена касательная. Укажите ординату точки пересечения этой касательной с осью ординат.

О т в е т: _____

В3. Касательная к графику функции

$$f(x) = -2x^3 - 12x^2 - 23x - 8$$

образует с положительным направлением оси абсцисс угол 45° . Найдите сумму координат точки касания.

О т в е т: _____

В4. К графику функции $y = \frac{1}{2}x^2$ в точках $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ и $B\left(1; \frac{1}{2}\right)$ проведены касательные. Найдите угол (в градусах)

между этими касательными.

О т в е т: _____

С1. К параболе $y = -x^2 + \sqrt{3}x$ в точках ее пересечения с осью абсцисс проведены касательные. Найдите угол (в градусах) между этими касательными.

О т в е т: _____

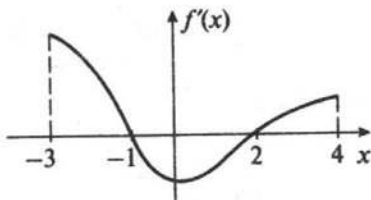
С2. К графику функции $y = x^2 + 6x$ из точки $A(-2; -17)$ проведены касательные. Напишите уравнения этих касательных.

О т в е т: _____

**Тест 24. Применение производной
для исследования функций
на монотонность и экстремумы**

Вариант 1

В1. Найдите длину промежутка убывания функции $f(x)$, производная которой изображена на рисунке.



Ответ: _____

В2. Определите точку максимума функции
 $y = (x - 4)^2(x - 1)$.

Ответ: _____

В3. Найдите разность между максимальным и минимальным значениями функции $y = \frac{3x}{x^2 + 1}$.

Ответ: _____

В4. При каком положительном значении a уравнение $x^3 - 6x^2 + a = 0$ имеет ровно два корня?

Ответ: _____

С1. Найдите точки экстремума функции

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 5x - 6} - 12.$$

Ответ: _____

С2. Найдите промежутки возрастания функции

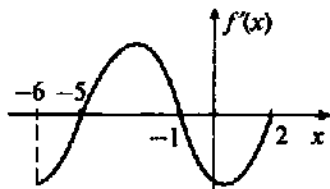
$$y = 2 \sin 5x - 2\sqrt{3} \cos 5x + 5.$$

Ответ: _____

Тест 24. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы

Вариант 2

В1. Найдите длину промежутка возрастания функции $f(x)$, производная которой изображена на рисунке.



Ответ: _____

В2. Определите точку минимума функции

$$y = (x - 7)^2(1 - x).$$

Ответ: _____

В3. Найдите разность между максимальным и минимальным значениями функции $y = \frac{7x}{x^2 + 1}$.

Ответ: _____

В4. При каком отрицательном значении a уравнение $x^3 - 3x^2 - a = 0$ имеет ровно два корня?

Ответ: _____

С1. Найдите точки экстремума функции.

$$y = \frac{7x^2}{x^2 + 2x - 3} - 8.$$

Ответ: _____

С2. Найдите промежутки убывания функции

$$y = 4 \sin \frac{x}{3} - 4\sqrt{3} \cos \frac{x}{3} + 3.$$

Ответ: _____

**Тест 25. Применение производной
для нахождения наибольших
и наименьших значений величин**

Вариант 1

В1. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2$ на отрезке $[-1; 3]$.

О т в е т: _____

В2. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{6x}{x^2 + 1}$ на отрезке $[-2; 3]$.

О т в е т: _____

В3. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{2}{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} + 7$ на отрезке $\left[\frac{1}{4}; 9\right]$.

О т в е т: _____

В4. Известно, что $a + 2b = 12$. Найдите наибольшее значение произведения чисел a и b .

О т в е т: _____

С1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sqrt{-4x - 3} - 3\sqrt{4x + 5}$.

О т в е т: _____

С2. Точки B и C лежат на оси абсцисс, $BC = 6$. На графике функции $y = x^4 + 32x + 49$ найдите такую точку A , с которой треугольник ABC имеет наименьшую площадь. Чему равна эта площадь?

О т в е т: _____

**Тест 25. Применение производной
для нахождения наибольших
и наименьших значений величин**

Вариант 2

В1. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2$ на отрезке $[-3; 2]$.

О т в е т: _____

В2. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{-8x}{x^2 + 1}$ на отрезке $[-2; 2]$.

О т в е т: _____

В3. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{3}{x} - \frac{6}{\sqrt{x}} - 5$ на отрезке $\left[\frac{1}{4}; 4\right]$.

О т в е т: _____

В4. Известно, что $a + 3b = 18$. Найдите наибольшее значение произведения чисел a и b .

О т в е т: _____

С1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 3\sqrt{-x + 4} - \sqrt{4x - 3}$.

О т в е т: _____

С2. Точки B и C лежат на оси абсцисс, $BC = 4$. На графике функции $y = x^4 - 4x + 5$ найдите такую точку A , с которой треугольник ABC имеет наименьшую площадь. Чему равна эта площадь?

О т в е т: _____

Тест 26. Обобщение темы «Производная»

Вариант 1

В1. Найдите предел последовательности

$$y_n = \frac{3n^4 + 5n^3 + n}{n^4 + \sqrt{n} + 1}.$$

Ответ: _____

В2. Вычислите сумму квадратов бесконечной геометрической прогрессии, второй член которой равен 3 и сумма членов которой равна 12.

Ответ: _____

В3. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1}$.

Ответ: _____

В4. Вычислите $f'(-2)$, если $f(x) = (5x + 8)^3 - 2\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$.

Ответ: _____

В5. Найдите длину промежутка убывания функции

$$y = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 15x + 2\sqrt{3}.$$

Ответ: _____

В6. Укажите точку минимума функции

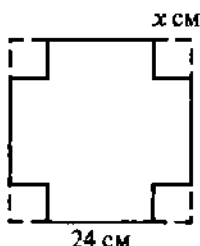
$$f(x) = \frac{x-3}{5} + \frac{5}{x+8}.$$

Ответ: _____

В7. В какой точке касательная к графику функции $f(x) = \frac{9x^2 - 1}{x^2}$ пересекает ось ординат, если угловой коэффициент этой касательной равен 2? Укажите ординату этой точки.

Ответ: _____

В8. Из квадратного листа картона, длина стороны которого равна 24 см, вырезают по углам одинаковые квадраты, а из оставшейся части делают открытую коробку. Найдите длину стороны вырезаемых квадратов (в см), при которой вместимость коробки будет наибольшей.



О т в е т: _____

С1. При каком наибольшем значении параметра a функция $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - ax^2 + 7ax + 5$ возрастает на всей числовой прямой?

О т в е т: _____

С2. Касательные к графикам функций $f(x) = 2\sqrt{5x - 11}$ и $g(x) = 5\sqrt{2x + 1}$, проведенные в точках графиков с одинаковыми абсциссами, параллельны. Напишите уравнения этих касательных.

О т в е т: _____

С3. Решите уравнение $x^3 - 3x^2 + 9x - 2 = \sqrt{27 - 2x}$.

О т в е т: _____

Тест 26. Обобщение темы

«Производная»

Вариант 2

В1. Найдите предел последовательности

$$y_n = \frac{2n^4 + 5n^2 + n}{n^4 + 3\sqrt{n} + 5}.$$

Ответ: _____

В2. Вычислите сумму квадратов бесконечной геометрической прогрессии, второй член которой равен 6 и сумма членов которой равна 24.

Ответ: _____

В3. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$.

Ответ: _____

В4. Вычислите $f'(-2)$, если $f(x) = (4x + 6)^3 - 7 \operatorname{ctg}^6 \frac{\pi}{8}$.

Ответ: _____

В5. Найдите длину промежутка возрастания функции

$$y = -\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 20x - 3\sqrt{2}.$$

Ответ: _____

В6. Укажите точку максимума функции

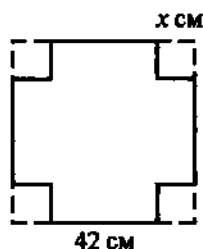
$$f(x) = \frac{x+4}{5} + \frac{5}{x-3}.$$

Ответ: _____

В7. В какой точке касательная к графику функции $f(x) = \frac{7x^2 - 4}{x^2}$ пересекает ось ординат, если угловой коэффициент этой касательной равен 8? Укажите ординату этой точки.

Ответ: _____

В8. Из квадратного листа картона, длина стороны которого равна 42 см, вырезают по углам одинаковые квадраты, а из оставшейся части делают открытую коробку. Найдите длину стороны вырезаемых квадратов (в см), при которой вместимость коробки будет наибольшей.



О т в е т: _____

С1. При каком наибольшем значении параметра a функция $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + ax^2 - 3ax - 11$ убывает на всей числовой прямой?

О т в е т: _____

С2. Касательные к графикам функций $f(x) = 2\sqrt{3x+16}$ и $g(x) = 3\sqrt{2x+19}$, проведенные в точках графиков с одинаковыми абсциссами, параллельны. Напишите уравнения этих касательных.

О т в е т: _____

С3. Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + 6x + 1 = \sqrt{29 - 2x}$.

О т в е т: _____

Тест 27. Итоговый по программе 10 класса

Вариант 1

В1. Найдите наибольшее целое значение x , входящее в область определения функции

$$f(x) = \sqrt{35x - 6x^2 - 11} - \frac{2x - 3}{x - 5}.$$

Ответ: _____

В2. Вычислите значение выражения $\frac{10 \sin 155^\circ \sin 245^\circ}{\cos 40^\circ}$.

Ответ: _____

В3. Упростите выражение

$$2 \frac{\sin(\alpha + 3\beta) + \sin(\alpha - 3\beta)}{\sin(\alpha + 3\beta) - \sin(\alpha - 3\beta)} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

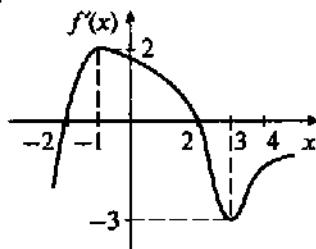
и найдите его значение при $\alpha = \frac{\pi}{10}$ и $\beta = \frac{\pi}{12}$.

Ответ: _____

В4. Найдите сумму корней уравнения $\cos^2\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$.

Ответ: _____

В5. На рисунке приведен график производной функции $f'(x)$. При каком значении аргумента функция $f(x)$ достигает минимума?



Ответ: _____

В6. Пусть x_1 и x_2 — два различных решения уравнения $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$, принадлежащие интервалу $(0; \pi)$. Найдите $12 \operatorname{tg}(x_1 + x_2)$.

Ответ: _____

В7. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ на отрезке $[-1; 2]$.

Ответ: _____

С1. Решите уравнение $\operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} 6x - \operatorname{tg} 9x = 0$.

Ответ: _____

С2. Найдите наименьшее значение выражения

$$4 \sin^2 x + 12 \sin x + \operatorname{tg}^2 y - 6 \operatorname{tg} y.$$

Ответ: _____

С3. Определите, при каких значениях a прямая $y = x + 1$ является касательной к графику функции $y = x^2 - ax + 2$.

Ответ: _____

Тест 27. Итоговый
по программе 10 класса
Вариант 2

В1. Найдите наименьшее целое значение x , входящее в область определения функции

$$f(x) = \sqrt{24x - 4x^2 - 27} + \frac{5x - 14}{x - 2}.$$

Ответ: _____

В2. Вычислите значение выражения $\frac{12 \sin 145^\circ \sin 235^\circ}{\cos 20^\circ}$.

Ответ: _____

В3. Упростите выражение $\frac{\sin(\alpha + 4\beta) + \sin(\alpha - 4\beta)}{\sin(\alpha + 4\beta) - \sin(\alpha - 4\beta)} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$

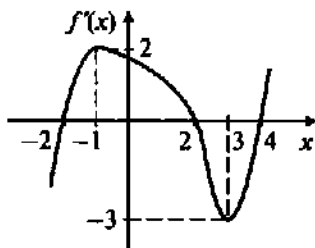
и найдите его значение при $\alpha = \frac{\pi}{7}$ и $\beta = \frac{\pi}{16}$.

Ответ: _____

В4. Найдите сумму корней уравнения $\sin^2\left(\pi x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ на отрезке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right]$.

Ответ: _____

В5. На рисунке приведен график производной функции $f'(x)$. При каком значении аргумента функция $f(x)$ достигает максимума?



Ответ: _____

В6. Пусть x_1 и x_2 — два различных решения уравнения $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$, принадлежащие интервалу $(0; \pi)$. Найдите $5 \operatorname{tg}(x_1 + x_2)$.

Ответ: _____

В7. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ на отрезке $[-2; 1]$.

Ответ: _____

С1. Решите уравнение $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} 3x = 0$.

Ответ: _____

С2. Найдите наименьшее значение выражения
 $\operatorname{ctg}^2 x + 4 \operatorname{ctg} x + \cos^2 y - 6 \cos y$.

Ответ: _____

С3. Определите, при каких значениях a прямая $y = 3x - 2$ является касательной к графику функции $y = x^2 + ax + 2$.

Ответ: _____

ПРИЛОЖЕНИЯ

Самостоятельные работы

Самостоятельная работа № 1. Функция. Область определения и область значений функции

Вариант 1

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = -3\sqrt{x-2} + \frac{3-2x}{\sqrt{5+4x-x^2}}.$$

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = \frac{2x^2 + 9}{x^2 + 1}.$$

3. Известно, что $f(x+2) = x^2 - 7x$. Найдите функцию $f(x)$.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = x\sqrt{3-x} - \frac{3x-5}{\sqrt{7x-10-x^2}}.$$

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = \frac{3x^2 + 5}{x^2 + 3}.$$

3. Известно, что $f(x-3) = x^2 + 5x$. Найдите функцию $f(x)$.

Самостоятельная работа № 2. Основные свойства функции

Вариант 1

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 3x^2 - 4x - 5$.

2. Установите четность или нечетность функции $f(x) = 2x\sqrt{5-x^2} - 3x|x|$ и найдите $f(-1)$.

3. Известно, что функция $f(x)$ четная и $f(-3) = 2$.
Найдите значение $\frac{2f(3) - 3f(-3) + 5f(3)f(-3)}{7f(3) - 4f(-3)}$.

Вариант 2

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = -5x^2 - 4x + 3$.

2. Установите четность или нечетность функции $f(x) = -3x\sqrt{5-x^2} + 2x|x|$ и найдите $f(-2)$.

3. Известно, что функция $f(x)$ нечетная и $f(-2) = 3$.
Найдите значение $\frac{4f(2) + 5f(-2) - 3f(2)f(-2)}{5f(-2) - f(2)}$.

Самостоятельная работа № 3. Графики функций

Вариант 1

Постройте график функции:

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & \text{если } x \geq 1, \\ 3x, & \text{если } x < 1; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \sqrt{6x - x^2}.$$

Вариант 2

Постройте график функции:

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{если } x \geq 1, \\ x^2 - 2x + 3, & \text{если } x < 1; \end{cases}$$

$$3) f(x) = -\sqrt{4x - x^2}.$$

Самостоятельная работа № 4.
Значения тригонометрических выражений

Вариант 1

1. Определите знак числа $\cos \frac{314\pi}{5} \sin \frac{385\pi}{8} \operatorname{tg} \frac{182\pi}{9}$.

2. Упростите выражение

$$\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin \alpha + \cos \alpha} - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right).$$

3. Известно, что $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}$ и $\alpha \in (0; \pi)$. Найдите $\sin \alpha + \cos \alpha$.

Вариант 2

1. Определите знак числа $\cos \frac{246\pi}{5} \sin \frac{405\pi}{8} \operatorname{tg} \frac{46\pi}{9}$.

2. Упростите выражение

$$\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right).$$

3. Известно, что $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{5}$ и $\alpha \in (\pi; 2\pi)$. Найдите $\sin \alpha + \cos \alpha$.

Самостоятельная работа № 5.
Основное тригонометрическое тождество.
Формулы приведения

Вариант 1

1. Упростите выражение $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} - \sin \alpha$.

2. Решите уравнение

$$5 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 8 \cos(2\pi - x) = 1.$$

3. Известно, что $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{7}{24}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Найдите значения остальных тригонометрических функций.

Вариант 2

1. Упростите выражение $\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} + \cos \alpha$.

2. Решите уравнение

$$6 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 5 \sin(2\pi - x) = 1.$$

3. Известно, что $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{8}{15}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. Найдите

значения остальных тригонометрических функций.

Самостоятельная работа № 6.

Функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Вариант 1

1. Определите четность или нечетность функции

$$f(x) = 3 \sin x \cos x + \frac{\sin 4x}{2x^2 + 3} - 7x^3 |x|.$$

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = 4 \sin^2 x - 3 \sin x + 2 \cos^2 x.$$

3. Постройте график функции $y = 3 \sin(|x| + x)$.

Вариант 2

1. Определите четность или нечетность функции

$$f(x) = 3|\sin x| \cos x - \frac{\cos 3x}{5x^2 + 1} + 4x^6.$$

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = 5 \cos^2 x - 4 \cos x + 2 \sin^2 x.$$

3. Постройте график функции $y = 3 \cos(|x| - x)$.

Самостоятельная работа № 7.

Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$

Вариант 1

1. Решите уравнение $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{12} - x\right) = 1$.

2. Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = 3 \sin 4x + 5 \cos \frac{x}{2} - 4 \operatorname{tg} x$.

3. Постройте график функции $y = 2 \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x + \sqrt{x}$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $\operatorname{ctg}\left(\frac{7\pi}{12} + x\right) = \sqrt{3}$.

2. Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = 5 \cos 4x - 3 \sin \frac{x}{2} + 2 \operatorname{ctg} x$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x - \sqrt{x}$.

Самостоятельная работа № 8. Обратные тригонометрические функции

Вариант 1

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \arcsin(2 - |x|).$$

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = \operatorname{arctg}(\cos x).$$

3. Вычислите значение выражения

$$2 \arccos(-1) + \arcsin 1 - 5 \operatorname{arctg} \sqrt{3}.$$

Вариант 2

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \arccos(|x| - 3).$$

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = \operatorname{arctg}(\sin x).$$

3. Вычислите значение выражения

$$2 \arcsin(-1) + \arccos \frac{1}{2} + 4 \operatorname{arctg} \sqrt{3}.$$

Самостоятельная работа № 9. Обратные тригонометрические функции (окончание)

Вариант 1

1. Вычислите значение $\operatorname{tg}\left(\arcsin \frac{3}{5}\right)$.

2. Решите уравнение $\arcsin x + 3 \arccos x = \frac{7}{6}\pi$.

3. Постройте график функции $y = -\sin(\arccos x)$.

Вариант 2

1. Вычислите значение $\operatorname{ctg}\left(\arccos\frac{4}{5}\right)$.
2. Решите уравнение $3\arcsin x - \arccos x = \frac{5\pi}{6}$.
3. Постройте график функции $y = \cos(\arcsin x)$.

Самостоятельная работа № 10.

Простейшие тригонометрические уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$.
2. Найдите корни уравнения $2\cos x - 3\sin x \cos x = 0$.
3. Решите уравнение $8\sin^2 x + \sin x + 2\cos^2 x = 3$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$.
2. Найдите корни уравнения $3\sin x - 4\sin x \cos x = 0$.
3. Решите уравнение $\sin^2 x - \cos x + 7\cos^2 x = 2$.

Самостоятельная работа № 11.

Функции суммы и разности аргументов

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения
$$\frac{\cos 83^\circ \cos 37^\circ - \sin 83^\circ \sin 37^\circ}{\sin 25^\circ \cos 35^\circ + \cos 25^\circ \sin 35^\circ}.$$
2. Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{3} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.
3. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x}{1 - \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x} = \sqrt{3}$.

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения
$$\frac{\sin 87^\circ \cos 63^\circ + \cos 87^\circ \sin 63^\circ}{\cos 24^\circ \cos 21^\circ - \sin 24^\circ \sin 21^\circ}.$$
2. Найдите $\cos\left(\frac{13\pi}{6} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

3. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 5x \operatorname{tg} 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Самостоятельная работа № 12. Формулы двойного аргумента

Вариант 1

1. Вычислите значение $\sin \frac{3\pi}{8}$.
2. Решите уравнение $\sin 2x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$.
3. Постройте график функции $y = 2|\sin x| \cos x$.

Вариант 2

1. Вычислите значение $\cos \frac{3\pi}{8}$.
2. Решите уравнение $\sin 2x = \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$.
3. Постройте график функции $y = 2 \sin x |\cos x|$.

Самостоятельная работа № 13. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведения

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения $\frac{\sin 35^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 50^\circ + \cos 40^\circ}$.
2. Упростите выражение $\frac{\sin 4\alpha - \sin 10\alpha}{\cos 4\alpha - \cos 10\alpha}$.
3. Решите уравнение $\sin 5x = \cos x$.

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения $\frac{\sin 38^\circ + \sin 22^\circ}{\cos 53^\circ + \cos 37^\circ}$.
2. Упростите выражение $\frac{\cos 2\alpha - \cos 8\alpha}{\sin 2\alpha - \sin 8\alpha}$.
3. Решите уравнение $\sin x = \cos 7x$.

Самостоятельная работа № 14. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$2 \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + \cos 2\alpha.$$

2. Решите уравнение $\cos 3x \cos 7x = \cos x \cos 9x$.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функ-

ции $f(x) = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{24}\right)$.

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$2 \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) - \cos 2\beta.$$

2. Решите уравнение $\sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x$.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функ-

ции $f(x) = 6 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$.

Самостоятельная работа № 15.

Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

1. Упростите выражение $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = 5 \sin x + 12 \cos x - 7.$$

3. Вычислите значение выражения

$$\frac{\sin^2 11^\circ + \sin^2 79^\circ}{\cos^2 53^\circ + \cos^2 37^\circ}.$$

Вариант 2

1. Упростите выражение $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

2. Найдите область значений функции

$$f(x) = 12 \sin x - 5 \cos x + 8.$$

3. Вычислите значение выражения

$$\frac{\sin^2 8^\circ + \sin^2 82^\circ}{\cos^2 51^\circ + \cos^2 39^\circ}.$$

Самостоятельная работа № 16. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1.$$

2. Найдите корни уравнения

$$12 \sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0.$$

3. Решите уравнение $\sin^3 x + \cos^5 x = 1$.

Вариант 2

1. Решите уравнение

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1.$$

2. Найдите корни уравнения

$$4 \sin 2x + 7(\sin x - \cos x) - 2 = 0.$$

3. Решите уравнение $\sin^7 x + \cos^3 x = 1$.

Самостоятельная работа № 17. Решение тригонометрических уравнений

Вариант 1

1. Найдите корни уравнения

$$(2 \cos x - 1) \sqrt{2 + x - x^2} = 0.$$

2. Решите уравнение

$$\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

3. Найдите $\operatorname{tg} 24x$, если числа $\cos 2x$, $\cos 8x$, $\cos 14x$ в указанном порядке являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии.

Вариант 2

1. Найдите корни уравнения

$$(2 \sin x - \sqrt{2}) \sqrt{2 - x - x^2} = 0.$$

2. Решите уравнение

$$\cos(\operatorname{arccotg} x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

3. Найдите $\operatorname{tg} 8x$, если числа $\cos 5x$, $\cos 7x$, $\cos 9x$ в указанном порядке являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии.

Самостоятельная работа № 18. Числовая последовательность

Вариант 1

1. Напишите четыре первых члена последовательности, если:

а) $a_n = 3n^2 - 2$;

б) $a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$, $a_1 = 2$, $a_2 = 1$.

2. Исследуйте на монотонность и ограниченность последовательность $a_n = \frac{2n+3}{n+1}$.

3. Найдите предел последовательности:

а) $a_n = \frac{3n^2 - n + 1}{n^2 + 2n}$;

б) $a_n = \sqrt{4n^2 + n} - 2n$.

Вариант 2

1. Напишите четыре первых члена последовательности, если:

а) $a_n = 5n^2 - 7$;

б) $a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$.

2. Исследуйте на монотонность и ограниченность последовательность $a_n = \frac{3n+7}{n+2}$.

3. Найдите предел последовательности:

а) $a_n = \frac{5n^2 + 3n - 2}{n^2 + 7n}$;

б) $a_n = \sqrt{9n^2 + 2n} - 3n$.

Самостоятельная работа № 19. Предел функции

Вариант 1

1. Вычислите предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + 3 \right) \left(-\frac{2}{x^3} + 4 \right)$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 7 - 3\sqrt{x^2 - 5})$.

2. Вычислите предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+4)(x^2+3x+2)}{x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x}$.

3. Постройте эскиз графика какой-нибудь функции $f(x)$, для которой $f(1) = 0$, $f(2) = 3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ и $f(x)$ возрастает.

Вариант 2

1. Вычислите предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{2}{x} + 4 \right) \left(2 + \frac{3}{x^3} \right)$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(3x^2 - 5 - 2\sqrt{x^2 + 3} \right)$.

2. Вычислите предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x^2-7x+10)}{x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 7x + \sin x}{\cos 7x + \cos x}$.

3. Постройте эскиз графика какой-нибудь функции $f(x)$, для которой $f(-1) = 2$, $f(2) = -1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ и $f(x)$ убывает.

Самостоятельная работа № 20.

Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите производную функции

$$f(x) = (3x+2)^3 (2x-1)^4.$$

2. Вычислите производные функции $f(x) = x^2 - x - 6$ в точках пересечения графика этой функции с осями координат.

3. Решите неравенство

$$\left(\cos 2x + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \right)' \geq 2 \sin x.$$

Вариант 2

1. Найдите производную функции

$$f(x) = (2x-3)^5 (3x+7)^4.$$

2. Вычислите производные функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точках пересечения графика этой функции с осями координат.

3. Решите неравенство

$$\left(\cos 2x - 2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7} \right)' \geq 2 \cos x.$$

Самостоятельная работа № 21.
Уравнение касательной к графику функции

Вариант 1

1. Определите угол, который составляет с осью абсцисс касательная к графику функции $f(x) = \frac{5x-6}{x}$, проведенная в точке $x_0 = -\sqrt{6}$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -\frac{x^4}{8} + \frac{x^2}{2} + 2x + 23$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = -2$.

3. Напишите уравнения всех касательных к графику функции $f(x) = 5x^2 + 20$, проходящих через начало координат.

Вариант 2

1. Определите угол, который составляет с осью абсцисс касательная к графику функции $f(x) = \frac{7x - \sqrt{3}}{x}$, проведенная в точке $x_0 = -1$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -\frac{x^4}{27} - \frac{x^2}{3} - 2x + 7$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = -3$.

3. Напишите уравнения всех касательных к графику функции $f(x) = 2x^2 + 32$, проходящих через начало координат.

Самостоятельная работа № 22.
Применение производной для исследования
функций на монотонность и экстремумы.
Графики функций

Вариант 1

1. Найдите промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции $f(x) = (x+5)^2(x-3)^2$. Постройте график функции.

2. При каком значении параметра a функция имеет максимум, равный 5? Для этого значения a постройте график данной функции.

$$y = a(x - 1)(x - 3) + a^2 - 1$$

3. Найдите область определения, промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $f(x) = (3 - x)\sqrt{3 + 2x}$. Постройте график функции.

Вариант 2

1. Найдите промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции $f(x) = (x - 1)^2(x + 3)^2$. Постройте график функции.

2. При каком значении параметра a функция имеет минимум, равный 6? Для этого значения a постройте график данной функции.

$$y = a(x - 1)(x + 3) + a^2 + 1$$

3. Найдите область определения, промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $f(x) = (1 - 4x)\sqrt{1 + 8x}$. Постройте график функции.

Самостоятельная работа № 23.

Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин

Вариант 1

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 3}$ на отрезке $[-2; 4]$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^2 + 3|x - 1| + 2$ на отрезке $[-2; 2]$.

3. Пусть a и b — положительные числа, сумма которых равна 14. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{25}{a} + \frac{36}{b}$.

Вариант 2

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 + 5}$ на отрезке $[-6; 2]$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^2 + 4|x + 1| - 6$ на отрезке $[-2; 1]$.

3. Пусть a и b — положительные числа, сумма которых равна 6. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{4}{a} + \frac{25}{b}$.

Контрольные работы

Контрольная работа № 1. Числовые функции

Вариант 1

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{\sqrt{9 - x^2}}.$$

2. Определите область значений функции

$$f(x) = 3 + \sqrt{4x - x^2}$$

и постройте ее график.

3. Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| + 2$ и найдите промежутки монотонности.

4. Найдите множество значений функции

$$y = x^2 - 3|x| + 2$$

на промежутке $x \in [-1; 2]$.

5. Постройте график функции $y = 2x + |x - 1|$.

6. Для функции $f(x) = \sqrt[3]{5x + 2}$ найдите обратную функцию.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{\sqrt{x^2 - x - 6}}.$$

2. Определите область значений функции

$$f(x) = 2 - \sqrt{6x - x^2}$$

и постройте ее график.

3. Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| + 3$ и найдите промежутки монотонности.

4. Найдите множество значений функции

$$y = x^2 - 4|x| + 3$$

на промежутке $x \in [-2; 3]$.

5. Постройте график функции $y = 2x - |x + 3|$.

6. Для функции $f(x) = \sqrt[3]{4x - 7}$ найдите обратную функцию.

Контрольная работа № 2.
Тригонометрические функции

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения

$$4 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + 2 \cos \frac{\pi}{3}.$$

2. Упростите выражение

$$\frac{\sin(x - \pi) \cos(x + 2\pi) \sin(4\pi - x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \operatorname{ctg}(2\pi - x) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}.$$

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2 \sin x - 3 \cos^2 x + 1$.

4. Определите наименьший положительный период функции $f(x) = 5 \sin\left(3x + \frac{\pi}{7}\right) + 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + 2\right)$.

5. Решите уравнение $\cos\left(5x - \frac{\pi}{8}\right) = 1$.

6. Постройте график функции $y = 3 \sin x + 2|\sin x| + 1$.

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения

$$2 \sin \frac{\pi}{6} + 5 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 6 \cos \frac{\pi}{3}.$$

2. Упростите выражение

$$\frac{\sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \operatorname{tg}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \operatorname{tg}(x - \pi)}.$$

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 3 \cos x + 2 \sin^2 x - 1$.

4. Определите наименьший положительный период функции $f(x) = 3 \sin\left(5x - \frac{\pi}{8}\right) + 5 \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{4} + 7\right)$.

5. Решите уравнение $\sin\left(7x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

6. Постройте график функции $y = 4 \cos x - |\cos x| + 2$.

Контрольная работа № 3.
Обратные тригонометрические функции

Вариант 1

1. Вычислите значение $\operatorname{arctg} 1 + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Найдите область определения и область значений функции $f(x) = 4\arcsin(2x - 5) + 3\pi$.
3. Решите уравнение $\arcsin^2 x - \arcsin x - 2 = 0$.
4. Решите неравенство $\arccos x \geq \frac{\pi}{6}$.
5. Найдите решения уравнения $3\operatorname{tg}\left(5x + \frac{\pi}{7}\right) = 2$.
6. Постройте график функции $y = \cos(\arccos(|x| - 3))$.

Вариант 2

1. Вычислите значение $\operatorname{arctg} 1 + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Найдите область определения и область значений функции $f(x) = 3\arccos(2x + 7) + 2\pi$.
3. Решите уравнение $\operatorname{arctg}^2 \frac{x}{3} - 4\operatorname{arctg} \frac{x}{3} - 5 = 0$.
4. Решите неравенство $\arcsin x \leq \frac{\pi}{3}$.
5. Найдите решения уравнения $2\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = 1$.
6. Постройте график функции $y = \sin(\arcsin(2 - |x|))$.

**Контрольная работа № 4. Простейшие уравнения,
системы уравнений, неравенства**

Вариант 1

Решите уравнения (1–2).

1. $6\sin^2 x - 5\cos x - 5 = 0$.
 2. $2\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 1$.
- Найдите решения неравенств (3–4).
3. $\sin x + \cos x > 0$.
 4. $2\cos^2 x + \cos x \leq 0$.

Решите системы уравнений (5–6).

$$5. \begin{cases} \cos(x - y) = 0, \\ \sin(x + y) = 1. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \sin x + \cos y = 0, \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 1. \end{cases}$$

Вариант 2

Решите уравнения (1–2).

$$1. 6 \cos^2 x - 13 \sin x - 13 = 0.$$

$$2. 2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 1.$$

Найдите решения неравенств (3–4).

$$3. \sin x - \cos x < 0.$$

$$4. 2 \sin^2 x - \sin x \leq 0.$$

Решите системы уравнений (5–6).

$$5. \begin{cases} \sin(x - y) = 0, \\ \cos(x + y) = 1. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \sin x + \sin y = 0, \\ \sin x \sin y = -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

Контрольная работа № 5.

Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

1. Найдите значение выражения

$$\frac{2 \cos 13^\circ \cos 43^\circ - \cos 56^\circ}{2 \sin 58^\circ \cos 13^\circ - \sin 71^\circ}.$$

2. Сравните числа $\frac{\sin 12^\circ + \sin 10^\circ}{\sin 12^\circ - \sin 10^\circ}$ и $\frac{\operatorname{tg} 11^\circ}{\operatorname{tg} 1^\circ}$.

3. Найдите область значений функции

$$f(x) = \sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x - 1.$$

4. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}}$,

если $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ и $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}$.

5. Определите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$.
6. Постройте график уравнения $\sin y = \sin x$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения
$$\frac{2 \cos 10^\circ \cos 70^\circ - \cos 80^\circ}{2 \sin 40^\circ \cos 10^\circ - \sin 50^\circ}.$$
2. Сравните числа $\frac{\sin 32^\circ + \sin 22^\circ}{\sin 32^\circ - \sin 22^\circ}$ и $\frac{\operatorname{tg} 27^\circ}{\operatorname{tg} 5^\circ}$.
3. Найдите область значений функции $f(x) = \sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x + 1$.
4. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}}$, если $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ и $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{2}$.
5. Определите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) + \cos 3x$.
6. Постройте график уравнения $\cos y = \cos x$.

Контрольная работа № 6. Тригонометрия (итоговая работа)

Вариант 1

1. Вычислите значение $\sin\left(\arcsin \frac{3}{5} - \arccos \frac{4}{5}\right)$.
2. Решите уравнение $(\sin x - \cos x)^2 \sqrt{4 - x^2} = 0$.
3. Упростите выражение $\frac{\sin 2\alpha + \operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha}$.
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sin x \cos y = \frac{1}{2}, \\ \cos x \sin y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

5. Найдите множество значений функции

$$f(x) = \frac{12}{\pi} \arcsin \left(\frac{3}{4\sqrt{2}} (\sin x + \cos x) - \frac{1}{4} \right).$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt{5 - 3\sqrt{2} \cos x - \cos^2 x} + \sqrt{3} \sin x = 0.$$

Вариант 2

1. Вычислите значение $\cos \left(\arcsin \frac{3}{5} + \arccos \frac{4}{5} \right)$.

2. Решите уравнение $(\sin x + \cos x)^3 \sqrt{1 - x^2} = 0$.

3. Упростите выражение $\frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha}$.

4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{1}{2}, \\ \sin x \sin y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

5. Найдите множество значений функции

$$f(x) = \frac{9}{\pi} \arccos \left(\frac{3\sqrt{2} + \sin x - \cos x}{4\sqrt{2}} \right).$$

6. Решите уравнение $\sqrt{-\sin^2 x - 3 - 3\sqrt{3} \sin x} = \sqrt{3} \cos x$.

Контрольная работа № 7. Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - 3}$.

2. Вычислите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 :

а) $f(x) = 3 \sin x - \cos x + \lg x$, $x_0 = \pi/3$;

б) $f(x) = 2(3x - 1)^{43}$, $x_0 = 1$.

3. Найдите производную функции

$$f(x) = \frac{2 \sin 3x - 3 \cos x}{\sin 2x}.$$

4. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если:

а) $f(x) = 2x^3 + 6x^2$; б) $f(x) = \sin x + \cos x$.

Вариант 2

1. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 + 4x^2 - 5}$.

2. Вычислите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 :

а) $f(x) = 2 \sin x + \cos x - \operatorname{ctg} x$, $x_0 = \pi/6$;

б) $f(x) = 3(2x - 1)^{51}$, $x_0 = 2$.

3. Найдите производную функции

$$f(x) = \frac{2 \cos 3x - 3 \sin x}{\cos 2x}.$$

4. Решите неравенство $f'(x) < 0$, если:

а) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$; б) $f(x) = \sin x - \cos x$.

Контрольная работа № 8. Применения производной

Вариант 1

1. Тело движется по закону $x(t) = 2t^3 - 5t^2 + 4t + 3$. Определите скорость и ускорение тела в момент времени $t = 2$.

2. Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 3 \sin 2x$ в точке $x_0 = \pi$.

3. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной, проведенной к параболу $f(x) = 4x - x^2$ в точке $x_0 = 3$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ на отрезке $[-2; 4]$.

5. Определите промежутки монотонности и экстремумы функции $f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2}}$.

6. Число 180 разбейте на три положительных слагаемых так, чтобы два из них относились как 1 : 2, а произведение трех слагаемых было наибольшим.

Вариант 2

1. Тело движется по закону $x(t) = 3t^3 - 4t^2 + 8t + 1$. Определите скорость и ускорение тела в момент времени $t = 1$.

2. Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 4 \sin 3x$ в точке $x_0 = \pi$.

3. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной, проведенной к параболе $f(x) = x^2 + 3x$ в точке $x_0 = -2$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$ на отрезке $[-2; 6]$.

5. Определите промежутки монотонности и экстремумы функции $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{3-x^2}}$.

6. Число 300 разбейте на три положительных слагаемых так, чтобы два из них относились как 2 : 3, а произведение трех слагаемых было наибольшим.

Контрольная работа № 9. Производная и ее применения

Вариант 1

1. Решите неравенство $f'(x) > g'(x)$, если известно, что $f(x) = x^3 + x - \sqrt{5}$ и $g(x) = 3x^2 + x + \sqrt{7}$.

2. Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x - 8$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

3. Тело движется по прямой по закону $x(t) = \frac{t^3}{3} - 2t^2 + 4t - 2$. Найдите наименьшую и наибольшую скорости тела при $t \in [1; 4]$.

4. Найдите уравнение общей касательной к параболом $f_1(x) = x^2 - 5x + 6$ и $f_2(x) = x^2 + x + 1$.

5. При каких значениях параметра a функция $f(x) = 8ax - a \sin 6x - 7x - \sin 5x$ возрастает на всей числовой оси и не имеет критических точек?

6. Проведите исследование и постройте график функции $y = \frac{3x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Вариант 2

1. Решите неравенство $f'(x) > g'(x)$, если известно, что $f(x) = 2x^3 - x^2 - \sqrt{3}$ и $g(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} + \sqrt{11}$.

2. Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 - 2x - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

3. Тело движется по прямой по закону $x(t) = -\frac{t^3}{3} + 3t^2 + 8t + 1$. Найдите наименьшую и наибольшую скорости тела при $t \in [1; 4]$.

4. Найдите уравнение общей касательной к параболам $f_1(x) = x^2 + x - 2$ и $f_2(x) = -x^2 + 7x - 11$.

5. При каких значениях параметра a функция $f(x) = a \sin 7x + 8ax + \sin 4x - 5x$ убывает на всей числовой оси и не имеет критических точек?

6. Проведите исследование и постройте график функции $y = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3}$.

Контрольная работа № 10 (итоговая)

Вариант 1

1. Постройте график уравнения $\sin(y - x) = \sin x$.

2. Решите уравнение $6 \sin^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$.

3. Решите неравенство $\sin 2x > \sqrt{3} \cos 2x$.

4. Найдите наименьшее значение выражения $2 \operatorname{tg}^2 x + 8 \operatorname{tg} x + \sin^2 y - 6 \sin y$.

5. Определите угол между двумя касательными, проведенными из точки $(0; -2)$ к параболе $y = x^2$.

6. Число 450 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых, два из которых относятся как 2 : 3, а произведение всех трех имеет наибольшее значение.

Вариант 2

1. Постройте график уравнения $\cos(y - x) = \cos x$.

2. Решите уравнение $7 \cos^2 x - 13 \sin x - 13 = 0$.

3. Решите неравенство $\cos 3x > \sqrt{3} \sin 3x$.

4. Найдите наименьшее значение выражения $4 \operatorname{ctg}^2 x + 16 \operatorname{ctg} x + \cos^2 y + 4 \cos y$.

5. Определите угол между двумя касательными, проведенными из точки $(0; 2)$ к параболе $y = -3x^2$.

6. Число 420 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых, два из которых относятся как 3 : 4, а произведение всех трех имеет наибольшее значение.

Ответы к тестам*

№ теста	Вариант	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4
1	1	1	7	18	-13	-	-	-	-	(1; 3]	$f(x) = 2x^2 - 15x + 26$	-	-
	2	5	10	16	10	-	-	-	-	[-2; -1)	$f(x) = 3x^2 - 11x + 15$	-	-
2	1	17	-7	2	2	-	-	-	-	15	(0; 1) ∪ (1; 2) ∪ (4; +∞)	-	-
	2	-17	2	3	2	-	-	-	-	36	(-1; 0) ∪ (1; 5) ∪ (5; +∞)	-	-
3	1	3	-6	6	2	-	-	-	-	-2	$y = -2x^2 - 4x + 6$	-	-
	2	-2	-3	-6	-3	-	-	-	-	-1	$y = 2x^2 - 4x - 6$	-	-
4	1	9	5	-3	0	4	2	1	4	3	7	$[-1; 0] \cup [1; +\infty)$	(0; 4)
	2	7	4	15	0	3	-7	2	3	-2	4	$(-\infty; -1] \cup [0; 1]$	(0; 9)

* Во всех ответах $n \in \mathbb{Z}$.

5	1	4	3	8	-5	-	-	-	-	-	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{13}{19}$		
	1	4	3	-12	-24	-	-	-	-	-	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{19}{13}$		
6	1	6	0	1,4	-0,8	-	-	-	-	-	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1+2a^2-a^4}{2}$	-	-
	2	3	0	1,7	-0,6	-	-	-	-	-	$\frac{5\pi}{16}$	$\frac{3a-a^3}{2}$	-	-
7	1	3	-5	9	4	-	-	-	-	-	0,5	$(-20; -5) \cup \{0\} \cup \{10\}$	-	-
	2	4	-6	3	8	-	-	-	-	-	2	$\{-10\} \cup \{0\} \cup (5; 20)$	-	-
8	1	2	0,8	6	2	-	-	-	-	-	0,2	$\left(-2; \frac{14}{9}\right)$	-	-
	2	-3	0,9	1	4	-	-	-	-	-	-0,25	$\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$	-	-

№ теста	Ва- риант	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4
9	1	3	4	10	2	-30	5	4	-	2	12π	$\operatorname{tg}^5 \frac{4\pi}{15}$	-
	2	5	9	-4	-3	48	-2	2	-	1	60π	$\operatorname{tg}^8 \frac{4\pi}{13}$	-
10	1	4	1	5	3	-	-	-	-	0,8	1	-	-
	2	3	1	8	3	-	-	-	-	0,6	0	-	-
11	1	14	5	4	-2	-	-	-	-	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$	-	-
	2	10	2	3	3	-	-	-	-	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$	-	-
12	1	3	2	7	4	-	-	-	-	$\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	1	-	-
	2	4	-3	14	-2	-	-	-	-	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n$	-1	-	-
13	1	3	4	5	1	2	5	4	14	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}$	$\left[\frac{2\pi}{3}; \pi \right]$	$1 \frac{1}{2}$

	2	5	3	2	1	4	6	-9	17	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$0; \frac{7\pi}{3}; \frac{\pi}{6}$	$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
14	1	4	-0,8	7	2	-	-	-	-	$-\frac{3}{11}$	$-\frac{119}{169}$	-	-
	2	5	-0,6	3	-7	-	-	-	-	$-\frac{1}{7}$	$\frac{120}{169}$	-	-
15	1	3	1	-0,96	4	-	-	-	-	5	$\left[\frac{11}{3}; 12\right]$	-	-
	2	2	3	0,28	5	-	-	-	-	7	$\left[-1; \frac{13}{3}\right]$	-	-
16	1	3	2	7	-2	-	-	-	-	$\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{3}$	2	-	-
	2	2	8	5	1	-	-	-	-	$\frac{\pi}{32} + \frac{\pi n}{4}; -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{3}$	-3	-	-

№ теста	Вариант	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4
17	1	1	15	0,75	16	—	—	—	—	6	7	—	—
	2	-3	-30	-0,75	-15	—	—	—	—	4	9	—	—
18	1	5	0,8	0,5	2	—	—	—	—	$\pi \frac{+ 2\pi n}{2}$	0,6	—	—
	2	4	0,6	-0,5	6	—	—	—	—	πn	0,8	—	—
19	1	2	3	7	6	4	-30	0,8	0,5	$\frac{1}{4}$	$\sin^2 \alpha$	$\frac{16}{-65}$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $\pi + 2\pi n,$ $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$
	2	1	5	4	10	5	15	-0,6	-0,5	$\frac{1}{2}$	$\cos^2 \alpha$	$\frac{3}{-5}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $2\pi n,$ $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
20	1	9	7	128	18	—	—	—	—	3	$\frac{16}{3}$	—	—

	2	8	5	40,5	54	-	-	-	-	5	$\frac{243}{4}$	-	-
21	1	-1,5	0,6	0,64	-2	-	-	-	-	7	60	-	-
	2	1	-2	0,41	-4	-	-	-	-	4	120	-	-
22	1	29	2	45	1	-	-	-	-	$3 \sin 1 \sin 2$	-2; 1	-	-
	2	11	0	60	3	-	-	-	-	$6 \sin 1 \sin 2$	-3; 2	-	-
23	1	9	-4	-3	90	-	-	-	-	90	$y = 10x - 49,$ $y = -6x - 1$	-	-
	2	4	9	-4	90	-	-	-	-	60	$y = 8x - 1,$ $y = -4x - 25$	-	-
24	1	3	2	3	32	-	-	-	-	0; 2,4	$\left[-\frac{\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5}; \right.$ $\left. \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{5} \right]$	-	-
	2	4	3	7	-4	-	-	-	-	0; 3	$\left[\frac{5\pi}{2} + 6\pi n; \right.$ $\left. \frac{11\pi}{2} + 6\pi n \right]$	-	-

№ теста	Ва- риант	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4
25	1	9	-3	2	18	-	-	-	-	$y_{\text{наим}} = -3\sqrt{2},$ $y_{\text{наиб}} = \sqrt{2}$	$A(-2; 1),$ $S=3$	-	-
	2	-54	4	3	27	-	-	-	-	$y_{\text{наим}} = -\sqrt{13},$ $y_{\text{наиб}} = \frac{3}{2}\sqrt{13}$	$A(1; 2),$ $S=4$	-	-
26	1	3	48	2	60	5,5	-3	6	4	[0; 8]	14	$y = \frac{5}{3}x - \frac{2}{3},$ $y = \frac{5}{3}x + \frac{25}{3}$	1
	2	2	192	3	48	6,5	-2	-5	7	[0; 4]	6	$y = \frac{3}{5}x + \frac{41}{5},$ $y = \frac{3}{5}x + \frac{66}{5}$	2
27	1	4	-5	2	2,5	-2	-4	16	-	$\frac{\pi n}{3}; \pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$	-17	-3; 1	-
	2	3	-6	1	1,5	2	1	14	-	$\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$	-9	-1; 7	-

Ответы к самостоятельным работам

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
1	1	$[2; 5)$	$(2; 3]$
	2	$(2; 9]$	$\left[\frac{5}{3}; 3\right)$
	3	$f(x) = x^2 - 11x + 18$	$f(x) = x^2 + 11x + 24$
2	1	Убывает на $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$ и возрастает на $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$	Убывает на $\left[-\frac{2}{5}; +\infty\right)$ и возрастает на $\left(-\infty; -\frac{2}{5}\right]$
	2	Функция нечетная, и $f(-1) = -1$	Функция нечетная, и $f(-2) = -2$
	3	3	$\frac{5}{3}$
3	1	Прямая $y = x + 3$ при $x \neq 1$	Прямая $y = x - 4$ при $x \neq -1$
	2	Прямая $y = 3x$ при $x \in (-\infty; 1)$ и парабо- ла $y = x^2 - 4x + 6$ при $x \in [1; +\infty)$	Парабола $y = x^2 - 2x + 3$ при $x \in (-\infty; 1)$ и прямая $y = 2x$ при $x \in [1; +\infty)$
	3	Верхняя полуокруж- ность с центром $(3; 0)$ и радиуса 3	Нижняя полуокруж- ность с центром $(2; 0)$ и радиуса 2
4	1	Минус	Минус
	2	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
	3	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$-\frac{\sqrt{35}}{5}$
5	1	1	1
	2	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$
	3	$\sin \alpha = \frac{24}{25}, \cos \alpha = -\frac{7}{25},$ $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{24}{7}$	$\sin \alpha = -\frac{15}{17}, \cos \alpha = \frac{8}{17},$ $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{15}{8}$

№ ра- боты	За- да- ние	Вариант	
		1	2
6	1	Функция нечетная	Функция четная
	2	$E(f) = \left[\frac{7}{8}; 7 \right]$	$E(f) = \left[\frac{2}{3}; 9 \right]$
	3	Прямая $y = 0$ при $x \in (-\infty; 0)$ и синусоида $y = 3 \sin 2x$ при $x \in [0; +\infty)$	Косинусоида $y = 3 \cos 2x$ при $x \in (-\infty; 0)$ и прямая $y = 3$ при $x \in [0; +\infty)$
7	1	$\frac{5\pi}{12} + \pi, n \in Z$	$-\frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in Z$
	2	4π	4π
	3	Кривая $y = \sqrt{x} + 2$ при $x > 0$ и $x \neq \frac{\pi}{2}n, n \in N$	Кривая $y = -\sqrt{x} + 1$ при $x > 0$ и $x \neq \frac{\pi}{2}n, n \in N$
8	1	$D(f) = [-3; -1] \cup [1; 3]$	$D(f) = [-4; -2] \cup [2; 4]$
	2	$E(f) = \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$	$E(f) = \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$
	3	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$
9	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	3	Нижняя полуокружность $y = -\sqrt{1 - x^2}$ с центром $(0; 0)$ и радиуса 1	Верхняя полуокружность $y = \sqrt{1 - x^2}$ с центром $(0; 0)$ и радиуса 1
10	1	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$
	2	$\frac{\pi}{2} + \pi n, (-1)^n \arcsin \frac{2}{3} + \pi n, n \in Z$	$\pi n; \pm \arccos \frac{3}{4} + 2\pi n, n \in Z$
	3	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z;$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z;$

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
		$(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n, n \in Z$	$\pm \arccos \left(-\frac{1}{3}\right) + 2\pi n, n \in Z$
11	1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
	2	$\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$	$\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$
	3	$\frac{\pi}{15} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$	$\frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$
12	1	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$
	2	$\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi n; (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$
	3	$y = \sin 2x$ при $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n]$ и $y = -\sin 2x$ при $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n),$ $n \in Z$	$y = \sin 2x$ при $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$ и $y = -\sin 2x$ при $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right),$ $n \in Z$
13	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
	2	$-\operatorname{ctg} 7\alpha$	$-\operatorname{tg} 5\alpha$
	3	$\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	$-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$
14	1	$\cos 2\beta$	$\cos 2\alpha$
	2	$\frac{\pi n}{6}, n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$
	3	$f_{\text{наим}}(x) = -1,$ $f_{\text{наиб}}(x) = 3$	$f_{\text{наим}}(x) = -4,5,$ $f_{\text{наиб}}(x) = 1,5$
15	1	$\cos^2 \alpha$	$\sin^2 \alpha$
	2	$E(f) = [-20; 6]$	$E(f) = [-5; 21]$
	3	1	1

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
16	1	$\frac{\pi}{6} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{3} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$
	2	$-\frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \arcsin \frac{3\sqrt{2}}{8} + \pi n;$ $-\frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{3} + \pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{8} + \pi n,$ $n \in Z$
	3	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi n, n \in Z$
17	1	$-1; 2; \frac{\pi}{3}$	$-2; 1; \frac{\pi}{4}$
	2	$\frac{1}{2}$	-1
	3	0	0
18	1	а) $a_1 = 1, a_2 = 10, a_3 = 25,$ $a_4 = 46$; б) $a_1 = 2, a_2 = 1,$ $a_3 = 4, a_4 = 9$	а) $a_1 = -2, a_2 = 13,$ $a_3 = 38, a_4 = 73$; б) $a_1 = 1,$ $a_2 = 2, a_3 = 4, a_4 = 8$
	2	Последовательность убывает и ограничена: $2 < a_n \leq \frac{5}{2}$	Последовательность убывает и ограничена: $3 < a_n \leq \frac{10}{3}$
	3	а) 3; б) $\frac{1}{4}$	а) 5; б) $\frac{1}{3}$
19	1	а) 12; б) 5	а) 8; б) -6
	2	а) 3; б) 0	а) 3; б) 0
	3	График построен	График построен
20	1	$f'(x) = (3x+2)^2 (2x-1)^3 \times$ $\times (42x+7)$	$f'(x) = (2x-3)^4 (3x+7)^3 \times$ $\times (54x+34)$
	2	$f'(-2) = -5, f'(0) = -1,$ $f'(3) = 5$	$f'(0) = -4, f'(1) = -2,$ $f'(3) = 2$
	3	$\left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \pi + 2\pi n \right] \cup$ $\left[\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n \right],$ $n \in Z$	$\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \right] \cup$ $\left[\frac{3\pi}{2} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n \right],$ $n \in Z$

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
21	1	45°	60°
	2	$y = 4x + 27$	$y = 4x + 19$
	3	$y = 20x$ и $y = -20x$	$y = 16x$ и $y = -16x$
22	1	Функция убывает на промежутках $(-\infty; -5]$ и $[-1; 3]$, возрастает на промежутках $[-5; -1]$ и $[3; +\infty)$; $f_{\min}(x) = f(-5) = f(3) = 0$, $f_{\max} = f(-1) = 256$	Функция убывает на промежутках $(-\infty; -3]$ и $[-1; 1]$, возрастает на промежутках $[-3; -1]$ и $[1; +\infty)$; $f_{\min}(x) = f(-3) = f(1) = 0$, $f_{\max} = f(-1) = 16$
	2	$a = -2, y = -2x^2 + 8x - 3$	$a = 5, y = 5x^2 + 10x + 11$
	3	$D(f) = \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$; функция возрастает на промежутке $\left[-\frac{3}{2}; 0\right]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$; $f_{\max} = f(0) = 3\sqrt{3}$	$D(f) = \left[-\frac{1}{8}; +\infty\right)$; функция возрастает на промежутке $\left[-\frac{1}{8}; 0\right]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$; $f_{\max} = f(0) = 1$
23	1	$f_{\text{наиб}}(x) = f(3) = \frac{1}{6}$, $f_{\text{наим}}(x) = f(-1) = -\frac{1}{2}$	$f_{\text{наиб}}(x) = f(1) = \frac{1}{2}$, $f_{\text{наим}}(x) = f(-5) = -\frac{1}{10}$
	2	$f_{\text{наиб}}(x) = f\left(-\frac{3}{2}\right) = 7,25$, $f_{\text{наим}}(x) = f(1) = f(2) = 1$	$f_{\text{наиб}}(x) = f(1) = 1$, $f_{\text{наим}}(x) = f(-1) = -7$
	3	$\frac{121}{14}$ при $a = \frac{70}{11}$ и $b = \frac{84}{11}$	$\frac{49}{6}$ при $a = \frac{12}{7}$ и $b = \frac{30}{7}$

Ответы к контрольным работам

№ ра- боты	За- да- ние	Вариант	
		1	2
1	1	$D(f) = (-3; -2] \cup [1; 3)$	$D(f) = [-4; -2) \cup [3; 4)$
	2	$E(f) = [3; 5]$, полуокруж- ность $(x-2)^2 +$ $+(y-3)^2 = 2^2, y \geq 3$	$E(f) = [-1; 2]$, полу- окружность $(x-3)^2 +$ $+(y-2)^2 = 3^2, y \leq 2$
	3	График функции сим- метричен относительно оси ординат, функция убывает на промежутках $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$ и $\left[0; \frac{3}{2}\right]$, возрастает на промежут- ках $\left[\frac{-3}{2}; 0\right]$ и $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$	График функции сим- метричен относительно оси ординат, функция убывает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[0; 2]$, возрастает на промежут- ках $[-2; 0]$ и $[2; +\infty)$
	4	$y \in \left[-\frac{1}{4}; 2\right]$	$y \in [-1; 3]$
	5	—	—
	6	$f(x) = \frac{x^3 - 2}{5}$	$f(x) = \frac{x^3 + 7}{4}$
2	1	7	10
	2	$\sin^2 x$	$\operatorname{ctg}^2 x$
	3	$y_{\text{наим}} = -2\frac{1}{3}, y_{\text{наиб}} = 3$	$y_{\text{наим}} = -4, y_{\text{наиб}} = 2\frac{1}{8}$
	4	3π	4π
	5	$\frac{\pi}{40} + \frac{2\pi n}{5}, n \in Z$	$\frac{\pi}{21} + \frac{2\pi n}{7}, n \in Z$
	6	График $y = 5\sin x + 1$ при $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n]$ и $y = \sin x + 1$ при $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$, $n \in Z$	График $y = 3\cos x + 2$ при $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$ и $y = 5\cos x + 2$ при $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
3	1	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$
	2	$D(f) = [2; 3],$ $E(f) = [\pi; 5\pi]$	$D(f) = [-4; -3],$ $E(f) = [2\pi; 5\pi]$
	3	$-\sin 1$	$-3\lg 1$
	4	$\left[-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$	$\left[-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$
	5	$-\frac{\pi}{35} + \frac{1}{5}\arctg \frac{2}{3} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$	$\frac{\pi}{15} + \frac{1}{3}\arctg \frac{1}{2} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$
	6	График функции $y = x - 3$ при $x \in [-4; -2] \cup [2; 4]$	График функции $y = 2 - x $ при $x \in [-3; -1] \cup [1; 3]$
4	1	$\pi + 2\pi n; \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
	2	$-\frac{\pi}{4} + \pi n; -\arctg 4 + \pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg 2 + \pi n, n \in Z$
	3	$\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right),$ $n \in Z$	$\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right),$ $n \in Z$
	4	$\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right] \cup$ $\left[\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in Z$	$\left[2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right] \cup$ $\left[\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right], n \in Z$
	5	$x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}(2k + n),$ $y = \frac{\pi}{2}(2k - n); k, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{2}(n + 2k),$ $y = \frac{\pi}{2}(2k - n); k, n \in Z$
	6	$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $y = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$ $x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $y = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k, n \in Z$	$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n,$ $y = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k$ $x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n,$ $y = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k; k, n \in Z$

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
5	1	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	1
	2	Числа равны	Числа равны
	3	$E(f) = [-3; 1]$	$E(f) = [-1; 3]$
	4	$\frac{2}{3}$	-1
	5	$y_{\text{наим}} = -1, y_{\text{наиб}} = 1$	$y_{\text{наим}} = -\sqrt{3}, y_{\text{наиб}} = \sqrt{3}$
	6	Семейства прямых $y = x + 2\pi n$ и $y = -x + \pi(2n + 1), n \in Z$	Семейства прямых $y = x + 2\pi n$ и $y = -x + 2\pi n, n \in Z$
6	1	0	$\frac{7}{25}$
	2	$\frac{\pi}{4}; \pm 2$	$-\frac{\pi}{4}; \pm 1$
	3	$2 \cos^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$
	4	$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(n + 2k),$ $y = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(n - 2k),$ $k, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(n + 2k),$ $y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(n - 2k),$ $k, n \in Z$
	5	$E(f) = [-6; 2]$	$E(f) = [0; 3]$
	6	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
7	1	0	$-\frac{1}{11}$
	2a	$f'(x) = 3 \cos x +$ $+ \sin x + \frac{1}{\cos^2 x},$ $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{11 + \sqrt{3}}{2}$	$f'(x) = 2 \cos x -$ $- \sin x + \frac{1}{\sin^2 x},$ $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{7 + 2\sqrt{3}}{2}$
	2б	$f'(x) = 258(3x - 1)^{42},$ $f'(1) = 129 \cdot 2^{43}$	$f'(x) = 306(2x - 1)^{50},$ $f'(2) = 34 \cdot 3^{52}$

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
	3	$f'(x) = \frac{\begin{bmatrix} 6 \sin 2x \cos 3x + \\ + 3 \sin x \sin 2x - \\ - 4 \sin 3x \cos 2x + \\ + 6 \cos x \cos 2x \end{bmatrix}}{\sin^2 2x}$	$f'(x) = \frac{\begin{bmatrix} -6 \sin 3x \cos 2x - \\ - 3 \cos x \cos 2x + \\ + 4 \cos 3x \sin 2x - \\ - 6 \sin x \sin 2x \end{bmatrix}}{\cos^2 2x}$
	4а	$(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$	$(0; 1)$
	4б	$\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right),$ $n \in \mathbb{Z}$	$\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{7\pi}{4} + 2\pi n\right),$ $n \in \mathbb{Z}$
8	1	$v = 8, a = 14$	$v = 9, a = 10$
	2	$y = 6(x - \pi)$	$y = 12(\pi - x)$
	3	$20\frac{1}{4}$	8
	4	$f_{\text{наиб}}(x) = f(-1) = 15,$ $f_{\text{наим}}(x) = f(3) = -17$	$f_{\text{наиб}}(x) = f(1) = 8,$ $f_{\text{наим}}(x) = f(-2) = -73$
	5	Функция возрастает на промежутке $[2; +\infty)$, убывает на промежутках $(-\infty; -\sqrt{2})$ и $(\sqrt{2}; 2]$, $f_{\min}(x) = f(2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$	Функция возрастает на промежутке $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$, экстремумов нет
	6	40, 80, 60	80, 120, 100
9	1	$(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$
	2	$y = 8x - 17$	$y = 2x - 7$
	3	$v_{\text{наим}}(t) = v(2) = 0,$ $v_{\text{наиб}}(t) = v(4) = 4$	$v_{\text{наим}}(t) = v(1) = 13,$ $v_{\text{наиб}}(t) = v(3) = 17$
	4	$y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{9}$	$y = x - 2$ и $y = 7x - 11$
	5	$a > 6$	$a < \frac{1}{15}$

№ ра-боты	За-да-ние	Вариант	
		1	2
	6	$D(f) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$, нулей нет; $y < 0$ при $x < -1$; $y > 0$ при $x > -1$; функция возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[0; +\infty)$ и убывает на промежутках $[-2; -1)$ и $(-1; 0]$; $y_{\max}(x) = y(-2) = -10$ и $y_{\min}(x) = y(0) = 2$; вертикальная асимптота $x = -1$ и наклонная асимптота $y = 3x - 1$; $y(0) = 2$	$D(f) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$, $y = 0$ при $x = 1$ и $x = 2,5$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (2,5; 3)$; $y > 0$ при $x \in (1; 2,5) \cup (3; +\infty)$; функция возрастает на промежутках $(-\infty; 2]$ и $[4; +\infty)$ и убывает на промежутках $[2; 3)$ и $(3; 4]$; $y_{\max}(x) = y(2) = 1$ и $y_{\min}(x) = y(4) = 9$; вертикальная асимптота $x = 3$ и наклонная асимптота $y = 2x - 1$; $y(0) = -\frac{5}{3}$
10	1	Семейства прямых $y = 2x + 2\pi n$ и $y = \pi + 2\pi n$, $n \in Z$	Семейства прямых $y = 2x - 2\pi n$ и $y = 2\pi n$, $n \in Z$
	2	$\frac{\pi + 2\pi n}{6}$; $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $(-1)^{n+1} \arcsin \frac{6}{7} + \pi n, n \in Z$
	3	$\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{2\pi}{3} + \pi n\right), n \in Z$	$\left(-\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}\right), n \in Z$
	4	-13	-19
	5	$\pi - 2\arctg 2\sqrt{2}$	$\pi - 2\arctg 2\sqrt{6}$
	6	120, 180, 150	120, 160, 140

Содержание

От составителя	3
Требования к уровню подготовки учащихся	4
Выполнение заданий и их оценивание	4
Тест 1. Функция. Область определения и область значений функции	6
Тест 2. Основные свойства функции	8
Тест 3. Графики функций	10
Тест 4. Обобщение темы «Числовые функции и их свойства»	12
Тест 5. Основные тригонометрические формулы	16
Тест 6. Преобразование тригонометрических выражений ..	18
Тест 7. Функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$	20
Тест 8. Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$	22
Тест 9. Обобщение темы «Тригонометрические функции» ...	24
Тест 10. Арккосинус и арксинус. Решение уравнений $\cos x = a$ и $\sin x = a$	28
Тест 11. Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{ctg} x = a$	30
Тест 12. Простейшие уравнения и неравенства	32
Тест 13. Обобщение темы «Тригонометрические уравнения»	34
Тест 14. Функции суммы и разности аргументов	38
Тест 15. Формулы двойного аргумента	40
Тест 16. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения	42
Тест 17. Преобразование тригонометрических выражений ...	44
Тест 18. Тригонометрические уравнения, системы уравнений, неравенства	46
Тест 19. Обобщение темы «Преобразование тригонометрических выражений»	48
Тест 20. Предел последовательности. Сумма бесконечной геометрической прогрессии	52
Тест 21. Предел функции. Определение производной	54
Тест 22. Вычисление производных	56
Тест 23. Уравнение касательной к графику функции	58
Тест 24. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы	60
Тест 25. Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин	62
Тест 26. Обобщение темы «Производная»	64
Тест 27. Итоговый по программе 10 класса	68

ПРИЛОЖЕНИЯ

Самостоятельные работы	72
Контрольные работы	85
Ответы к тестам	94
Ответы к самостоятельным работам	101
Ответы к контрольным работам	106

Учебное издание

Составитель
Рурукин Александр Николаевич

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА 10 класс

По вопросам приобретения книг издательства «ВАКО»
обращаться в ООО «Образовательный проект»
по телефонам: 8 (495) 778-58-27, 967-19-26.
Сайт: www.obrazpro.ru

Приглашаем к сотрудничеству авторов.
Телефон: 8 (495) 507-33-42. Сайт: www.vaco.ru

Налоговая льгота –
Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.
Издательство «ВАКО»

Подписано в печать 27.12.2016. Формат 84×108/32. Бумага офсетная.
Гарнитура Newton. Печать офсетная. Усл. печ. листов 5,88.
Тираж 5000 (оф. 1) + 1500 (оф. 2)) экз.
Оф. 1 заказ №1225. Оф. 2 заказ №1226.

ООО «ВАКО». 129085, Москва, пр-т Мира, д. 101.

Отпечатано в полном соответствии с предоставленными материалами
в типографии ООО «Чеховский печатник».
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.
Тел.: +7-915-222-15-42, +7-926-063-81-80.